



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL
EM ENSINO DE FÍSICA (MNPEF)

MARINA GOMES DA SILVA

**ENSINANDO CINEMÁTICA E POTÊNCIA NO ENSINO MÉDIO COM O
CÁLCULO DIFERENCIAL**

ARAGUAÍNA (TO)

2019

MARINA GOMES DA SILVA

**ENSINANDO CINEMÁTICA E POTÊNCIA NO ENSINO MÉDIO COM O
CÁLCULO DIFERENCIAL**

Dissertação Apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como requisito parcial a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Física.

Orientadora:
Dra. Pâmella Gonçalves Barreto

ARAGUAÍNA-TO

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

S586e Silva, Marina Gomes da .
 Ensinando Cinemática e Potência no Ensino Médio com o Cálculo
 Diferencial. / Marina Gomes da Silva. – Araguaina, TO, 2019.
 178 f.

 Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins
 – Câmpus Universitário de Araguaina - Curso de Pós-Graduação (Mestrado)
 Profissional Nacional em Ensino de Física, 2019.
 Orientadora : Pâmella Gonçalves Barreto

 1. Ensino Física. 2. Física Básica. 3. Limites e Derivadas. 4. Aprendizagem
 Significativa. I. Título

CDD 530

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

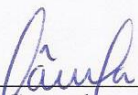
MARINA GOMES DA SILVA

ENSINANDO CINEMÁTICA E POTÊNCIA NO ENSINO MÉDIO COM O
CÁLCULO DIFERENCIAL

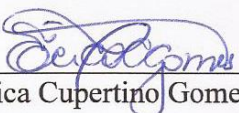
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), foi avaliada para obtenção do título de Mestre em Ensino de Física, e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de Aprovação: 08/04/2019

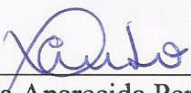
Banca Examinadora:



Profa. Dra. Pâmella Gonçalves Barreto. Orientadora, (UFT)



Profa. Dra. Érica Cupertino Gomes. Examinadora, (UFT)



Profa. Dra. Elisângela Aparecida Pereira de Melo. Examinadora, (UFT)

Araguaína - TO
Abril de 2019

Dedico este trabalho aos meus pais, esposo e filhos, pela força, coragem e carinho que eles dedicaram a mim durante a construção deste sonho.

AGRADECIMENTOS

E em primeiro lugar a Deus por caminhar ao meu lado, me inspirar, me sustentar, iluminar minhas ideias e ser o meu guia no decorrer dessa trajetória com tantos obstáculos e desafios superados com a força e a fé que o Ele me concedeu.

Aos meus pais Rosa e Luiz pela minha vida, por serem exemplos de luta, amor, dedicação, meu porto seguro, socorro sempre presente diante das dificuldades emocionais, econômicas e financeiras enfrentadas no decorrer desta caminhada.

Ao meu esposo Antonio Cirqueira Mourão, a quem tanto amo e escolhi para compartilhar todos os momentos da minha vida, pelo carinho, paciência, incentivo e otimismo durante estes dois anos de curso. Aos meus filhos Alexandre Gomes Mourão e Filipe Gomes Negri que souberam respeitar o espaço de tempo que eu dedicava aos trabalhos do mestrado e por serem a força que me motivava todos os dias a continuar até o fim deste trabalho.

A minha orientadora professora Dra. Pâmella Gonçalves Barreto por sua competência, paciência, pelas horas dedicadas as correções e sugestões de ideias que direcionaram minhas ações na elaboração desse trabalho. Aprimorando e ampliando o meu conhecimento por esse universo lindo e encantador da Física.

Aos meus colegas de mestrado que tornaram alegres e leves as dificuldades encontradas no decorrer dos estudos, em final de semana, feriados e nas inúmeras noites de pesquisa. Foi uma grande honra aprender e compartilhar conhecimento com vocês. Agradeço também aos meus colegas do Colégio de Aplicação de Araguaína pela disponibilidade de me ajudar em cada momento solicitado.

A professora mestre Evilane Leão Cordeiro por torcer e acreditar na realização do meu sonho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

A presença de limites e derivadas em alguns livros didáticos de Física do Ensino Médio e a superficialidade na sua abordagem como forma facilitadora da aprendizagem dos tópicos de Física, instigou o desenvolvimento desta pesquisa. Percebe-se que este assunto não é tratado na maioria dos livros didáticos e, quando o é, tem pouca fundamentação para aprendizagem do aluno, trazendo com brevidade essas ideias do Cálculo Diferencial. Esta pesquisa se propõe, através de um relato de caso, investigar por que os professores evitam/omitem o uso do Cálculo Diferencial aplicado à Física no Ensino Médio, tendo como objetivo a produção de Sequências Didáticas com intuito de diversificar as metodologias de ensino através da Música, da Modelagem Matemática e dos Jogos, colaborando para o ensino e o aprendizado de Cinemática e Potência com o Cálculo Diferencial.

Palavras-Chave: Física Básica. Limites e Derivadas. Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

The presence of limits and derivatives in some textbooks of High School Physics and the superficiality in its approach as a facilitating way of learning the topics of Physics, instigated the development of this research. It is noticed that this subject is not dealt with in most textbooks and, when it is, it has little foundation for student learning, bringing these ideas from the Differential Calculus with brevity. This research proposes, through a case report, to investigate why teachers avoid / omit the use of Differential Calculus applied to Physics in High School, with the purpose of producing Didactic Sequences in order to diversify teaching methodologies through Music, Mathematical Modeling and Games, collaborating to teach and learn Kinematics and Power with Differential Calculus.

Keywords: Basic Physics. Limits and Derivatives. Meaningful Learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cone de experiências de Edgar Dale	23
Figura 2 - O gráfico apresenta os referenciais inerciais S e S' que estão em movimento um em relação ao outro.	39
Figura 3 - Representação do vetor posição do ponto P no plano cartesiano tridimensional.	47
Figura 4 - Representa a trajetória de uma partícula no decorrer do tempo e o vetor deslocamento.	48
Figura 5 - Gráfico do movimento unidimensional de uma partícula.....	53
Figura 6 - Gráfico descreve a velocidade instantânea de uma partícula no movimento	54
Figura 7 - Representações gráficas da posição, velocidade e aceleração versus o tempo no movimento uniforme.	57
Figura 8 - Representações gráficas do espaço, velocidade e aceleração versus tempo no MUV.	59
Figura 9 - Gráfico com retas secante e tangente ao gráfico posição(s) versus tempo (t).	75
Figura 10 - Gráfico da variação da posição de uma partícula em diferentes pontos no tempo.	76
Figura 11 - Aluno voluntário segurando uma bola que será solta em queda livre.	78
Figura 12 - Etapas do desenvolvimento das atividades no software <i>Tracker</i>	79
Figura 13 - Apresentação dos dados de tempo e espaço gerados no <i>software tracker</i>	80
Figura 14 - Gráfico do MUV de uma bola em queda livre.	81
Figura 15 - Tela inicial apresentada aos alunos para logar o kahoot quiz.....	83
Figura 16 - Tela de feedback dos resultados dos alunos no jogo <i>quiz Kahoot</i>	84
Figura 17 – Modelo das cartas com as dicas para o jogo de Potência.....	86
Figura 18 - Gráfico que apresenta a Formação Acadêmica dos participantes da pesquisa.	89
Figura 19 - Gráfico que apresenta o nível mais elevado estudo dos docentes.	90
Figura 20 - Gráfico que apresenta a experiência dos participantes da pesquisa com o Cálculo Diferencial na graduação.	90
Figura 21 - Gráfico que apresenta os fatores apontados pelos docentes para não usar o Cálculo Diferencial no Ensino Médio.....	94
Figura 22 - Cone de Aprendizagem de Edgar Dale.....	114

LISTA DE QUADRO

Quadro 1 - Etapas da Modelagem Matemática aplicadas na elaboração do produto educacional.	30
Quadro 2 - Questões sobre a formação acadêmica do professor.....	65
Quadro 3 - Questões sobre prática docente do professor participante.	65
Quadro 4 - Questões sobre a formação continuada do professor participante	66
Quadro 5 - Etapas da aprendizagem significativa presentes nas sequências didáticas.	68
Quadro 6 - Registra a generalização da velocidade média para um ponto qualquer.	69
Quadro 7 - Registra a generalização da velocidade média.....	70
Quadro 8 – Registra os valores da velocidade média conforme o intervalo de tempo tende a zero.	73
Quadro 9 – Apresenta os resultados obtidos na avaliação conforme habilidade demonstrada pelos alunos.	82
Quadro 10 - Registra as habilidades dos alunos avaliados sobre Movimento Uniformemente Variado.	85
Quadro 11 - Registra as habilidades apresentadas pelos alunos na avaliação de Potência.	86
Quadro 12 - Resposta dos professores referente às questões aplicadas sobre a sua formação acadêmica.	88
Quadro 13 - Registra as respostas referentes às questões aplicadas aos professores sobre sua prática docente.....	91
Quadro 14 - Registra as respostas dos professores às questões aplicadas sobre a sua formação continuada e os órgãos responsáveis pela sua execução.	95

LISTA DE SIGLAS

DREA	Diretoria Regional de Araguaína
ft./s	pés por segundo
Ft.lb/s	Pé-libras por segundo
Hp	Horse-power
J	Joule
J/s	Joule por segundos
Kw.h	Quilowatt-hora
m/s	metros por segundo
MEC	Ministério da Educação e Cultura
Mi/h	Milhas por horas
MJ	Megajoule
MNPEF	Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física
MU	Movimento Uniforme
MUV	Movimento Uniformemente Variado
MV	Movimento Variado
PCEM	Proposta Curricular do Ensino Médio
PCN	Parâmetro Curricular Nacional
PCNEM	Parâmetro Curricular Nacional do Ensino Médio
PEE	Plano Estadual de Educação
SD	Sequências Didáticas
SEDUC	Secretaria da Educação e Cultura
SI	Sistema Internacional de Unidades
TIC's	Tecnologias da Informação e Comunicação
TL	Transformações de Lorentz
UFT	Universidade Federal do Tocantins
W	Watt
W.s	Watts-segundo

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Alfa
β	Beta
γ	Gama
Δ	Delta
Σ	Sigma
τ	Tau
$\approx$	Aproximadamente igual
$\ll$	Muito menor que

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 OBJETIVOS	17
2.1 Geral	17
2.2 Específicos	17
3 A FÍSICA E OS SEUS DESAFIOS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM.....	18
3.1 A Física e a aprendizagem significativa.....	18
3.2 Diversificando o ensino de Física	25
3.2.1 Música	25
3.2.2 Modelagem Matemática	26
3.2.3 Jogos e tecnologias da educação	32
3.3 Breve panorama histórico do Cálculo Diferencial no Ensino Médio e seus desafios atuais	34
4 Cinemática e potência	38
4.1 Cinemática Relativística.....	38
4.1.1 Contração das distâncias.....	42
4.1.2 Dilatação do tempo.....	42
4.1.3 Relatividade da simultaneidade	42
4.1.4 Composição das velocidades segundo a lei relativística	43
4.1.5 Momento Relativístico	44
4.2 A Física dos movimentos no espaço tridimensional	46
4.2.1 Momento linear	46
4.2.2 Vetor posição e vetor deslocamento	47
4.2.3 Vetores velocidades	49
4.2.4 Vetores aceleração	50
4.2.5 Potência e velocidade	51
4.3 Limite e derivada na Física dos movimentos	51
4.3.1 Posição e deslocamento	52
4.3.2 Velocidade média e velocidade escalar média	52
4.3.3 Velocidade instantânea	54
4.3.4 Aceleração	55
4.3.5 Movimento Uniforme	56
4.3.6 Movimento Uniformemente Variado	58
4.3.7 Potência	62
5 METODOLOGIA.....	63
5.1 Estudo de caso.....	63
5.2 Levantamentos dos dados	64
5.3 O produto educacional	66

5.3.1 Aplicação do Produto	71
6 RESULTADOS	88
6.1 Análise do questionário	88
CONCLUSÃO.....	97
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
APÊNDICE A - Questionário aplicado aos professores	103
APÊNDICE B - Produto Educacional	105
ANEXO A – Parecer de aprovação da pesquisa pelo Comitê de Ética	175

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Física que presenciamos com frequência na maioria das escolas brasileiras ainda se restringe ao “treinamento para aplicação de fórmulas na resolução de problemas, artificialmente elaborados ou simplesmente abstratos” (Tocantins, 2007, p.77). Que são vazios de significados para o aluno, conforme sugere a Proposta Curricular do Ensino Médio (PCEM). Além disso, muitos professores também desprezam ou desconhecem a origem das fórmulas e como aplicá-las de modo significativo para facilitar a aprendizagem dos estudantes.

No intuito de tornar o ensino de Física significativo para os alunos, reduzindo o número de equações a serem memorizadas, é necessário introduzir ainda no Ensino Médio alguns dos conceitos do Cálculo Diferencial para o ensino de Física, tais como limite e derivada (operações matemáticas aplicadas no cálculo de movimento e de variabilidade), que são totalmente ignoradas durante o processo de ensino e de aprendizagem dos alunos nesse nível de ensino. O estudo do Cálculo Diferencial, que normalmente é visto apenas no Ensino Superior, permitiria ao professor trabalhar os conteúdos da Física aplicados em situações reais, construindo com seus alunos modelos matemáticos de acordo com o fenômeno físico em estudo.

No entanto, tópicos do Cálculo estão presentes em partes dos livros didáticos de Física como, por exemplo, Ramalho, Nicolau e Toledo (2015), Doca, Biscuola e Bôas (2016). Contudo, eles são apresentados de maneira superficial e não possibilitam ao discente se apropriar do potencial que essa área da Matemática representa para compreensão da Física e do desenvolvimento tecnológico. Segundo Machado (2015), a solução para corrigir este problema é justamente a forma como se leciona os conteúdos de Física no Ensino Médio. Ele enfatiza que é neste momento que ocorre a formação de ideias dos estudantes com relação à aplicação do Cálculo por meio das funções simples no ensino de Física.

Alguns autores de livros didáticos de Física do Ensino Médio recorrem aos conceitos de limites e derivadas ao explicar os conteúdos que envolvem velocidade, aceleração e potência instantânea na 1ª série deste nível de ensino. Entretanto, após essa abordagem o conceito é totalmente esquecido, deixando uma lacuna entre o cálculo e o significado do que se deseja explicar. A situação fica ainda mais grave quando professores que ministram as aulas de Física não utilizam o Cálculo Diferencial, por não dominarem esta área do conhecimento ou por não possuírem formação nela.

A investigação se baseou em aspectos históricos do ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, na sua interdisciplinaridade com a Matemática e a Física e de seu

papel relevante nas redes de significações dos campos conceituais de ambas as disciplinas. Além da aplicação de questionários sobre o tema aos professores regentes de Física no Ensino Médio e na aplicação do produto educacional em uma escola pública do Tocantins. A produção deste material se deu mediante as ideias de inserção do Cálculo Diferencial no Ensino Médio, como sugerem Ávila (1991), Machado (1993) e Rezende (2003).

Nessa perspectiva, o produto educacional elaborado contém transposições didáticas planejadas para ensinar Cinemática e Potência utilizando diferentes metodologias na sua abordagem, a partir de jogos, de músicas e da modelagem Matemática, com o intuito de possibilitar a compreensão e a aplicação em uma linguagem simples, com o mínimo de rigor matemático e apropriada aos alunos do Ensino Médio, os conceitos de limite e derivada presentes na Física Básica. Visando possibilitar de acordo com a teoria de David P. Ausubel (2003), uma aprendizagem significativa dos conteúdos aos alunos, instigando-os a dar significado aos parâmetros físicos levantados numa equação Matemática e estimulando-os a desenvolverem a sua capacidade de pensar e agir criticamente sobre a situação real e o objeto de estudo.

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

Investigar como a aplicação do Cálculo Diferencial na Física do Ensino Médio pode contribuir para subsidiar um aprendizado significativo nos alunos sobre os conteúdos de Cinemática e Potência definidos a partir dos conceitos dessa área da matemática na 1ª série do Ensino Médio.

2.2 Específicos

- Produzir material didático de apoio aos estudantes do Ensino Médio na disciplina de Física;
- Contribuir com aprendizagem dos estudantes da 1ª série do Ensino Médio na disciplina de Física por meio de atividades mobilizadas por transposições didáticas elaboradas a partir de Música, Modelagem Matemática e dos Jogos Educacionais fundamentadas na teoria da aprendizagem significativa;
- Favorecer a aprendizagem significativa dos alunos sobre os parâmetros e significados das fórmulas e equações matemáticas presentes no ensino da Física na 1ª série do Ensino Médio.

3 A FÍSICA E OS SEUS DESAFIOS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Neste capítulo é feita uma abordagem das ideias dos autores que fundamentaram a construção do produto educacional, a corrente epistemológica adotada, as metodologias sugeridas e os desafios de ensinar Física utilizando o Cálculo Diferencial na abordagem de seus conteúdos, de maneira simples e interativa para os alunos. Também é apresentado um breve panorama histórico sobre a presença do Cálculo no Ensino Médio e como utilizá-lo para facilitar a aprendizagem significativa dos conteúdos de Física nesse nível de ensino.

3.1 A Física e a aprendizagem significativa

A importância do conhecimento da Física incorporado à cultura e integrado como instrumento tecnológico tornou-se indispensável para a formação da cidadania contemporânea. Espera-se no âmbito escolar que o ensino de Física contribua com a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo interpretar os fatos, os fenômenos e os processos naturais. Entretanto, o ensino de Física que é, frequentemente, realizado em sala de aula através da apresentação de leis e fórmulas, de forma desarticulada e distante da vivência de professores e alunos, tornou-se vazio de significado, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (Brasil, 1999, p.229).

Os PCNEM, também apontam que no ensino de Física há uma prevalência da teoria e da abstração sobre a abordagem de assuntos a partir da prática e de exemplos concretos e que a falta de contextualização leva a aplicação de fórmulas em situações artificiais, que desvinculam a linguagem Matemática que as fórmulas representam do seu significado físico. Enfatizam que há uma insistência na solução de exercícios repetitivos, levando a uma automatização e memorização, sem a construção do conhecimento, que é apresentado pronto e acabado como fruto da genialidade de mentes como Galileu, Newton e Einstein.

As críticas apontadas pelos PCNEM (Brasil, 1999) recaem sobre como o professor tem concebido o ensino de Física e suas atitudes para gerar o conhecimento. Por isso é importante que o professor, ao refletir sua atuação em sala de aula, inicialmente, se posicione quanto à epistemologia do conhecimento. Nesta perspectiva, o professor deve ter clara a sua concepção de conhecimento, sua gênese, desenvolvimento e significados, pois são necessárias para realizar o seu planejamento, as suas práticas pedagógicas e suas pesquisas com fundamentação teórica, norteando a sua tomada de decisão no processo de cognição. Portanto, é incoerente pensar em

gerar o conhecimento sem compreender como ele é caracterizado, como se forma e como é instrumento de poder (ROSA NETO, 2010).

Existem várias teorias de aprendizagem disponíveis ao professor que, ao escolher uma delas, traça o caminho que deseja percorrer para facilitar a aquisição do conhecimento. Segundo Moreira (1999, p.12), uma teoria “é uma tentativa humana de sistematizar uma área de conhecimento, uma maneira particular de ver as coisas, de explicar e fazer observações, de resolver problemas”. Ele enfatiza que uma teoria de aprendizagem é “uma construção humana para interpretar sistematicamente a área do conhecimento que chamamos de aprendizagem” (MOREIRA, 1999, p.12). Portanto, é uma tentativa de explicar a aprendizagem, como funciona e porque funciona.

A corrente epistemológica que norteou o presente trabalho, baseia-se na aprendizagem cognitivista, que segundo Coll et al (2000, p.231), significa “entender a aprendizagem como um processo de modificação do conhecimento, em vez de comportamento em um sentido externo e observável, e reconhece a importância que os processos mentais têm nesse desenvolvimento de ideias”.

A teoria cognitivista da aprendizagem significativa de David P. Ausubel fundamentou o planejamento e a construção das Sequências Didáticas (SD) presentes no produto educacional. Esta teoria, segundo Coll et al (2000), foi formulada e pensada para explicar os conceitos e princípios da aprendizagem escolar e do ensino, e não apenas uma generalização ou transferência extraídos de outras situações ou contextos de aprendizagem para o âmbito escolar. Ausubel destaca essa ideia.

[...] a vasta maioria dos estudos efetuados na área da aprendizagem escolar foi levada a cabo por professores e outros investigadores não profissionais na área da educação. Geralmente, estes estudos têm sido caracterizados por inadequações graves quanto à conceitualização e ao rigor da concepção da investigação. Também têm estado demasiado orientados para o melhoramento de determinadas capacidades académicas ou métodos de instrução, em vez de o estarem para a descoberta de princípios mais gerais que afetam o melhoramento da aprendizagem na sala (AUSUBEL, 2003, p.25).

Para compreender a teoria ausubeliana da aprendizagem é necessário elucidar alguns de seus termos, entre eles o que significa estrutura cognitiva. Moreira (1999) define como um complexo organizado onde ocorre o armazenamento de informações e de conhecimentos na memória do ser que aprende. Coll et al (2000) define como uma rede de conceitos organizados de modo hierárquico de acordo com o grau de generalização e abstração. Outra definição importante é o de aprendizagem significativa, que pode ser apreciada nas palavras de Moreira.

Aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé-da-letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende (MOREIRA, 2012, p.2).

Esse conhecimento relevante e já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende é chamado de subsunçor e o processo de ligação de uma nova ideia com a subsunçora é denominado de ancoragem (AUSUBEL, 2003).

Ausubel (2003) afirma que um fator importante para a incorporação de novos materiais potencialmente significativos é a disponibilidade, na estrutura cognitiva, de ideias de subsunção relevante, com um nível adequado de inclusão e superior de generalidade e não especificidade, para proporcionar uma ótima ancoragem. Entretanto, se o aprendiz não dispõe espontaneamente de ideias subsunçoras relevantes e inclusivas, uma forma de facilitar a aprendizagem e a retenção é introduzir subsunçores adequados, através de uma estratégia pedagógica intitulada de organizadores prévios ou “avançados” e torná-los parte da estrutura cognitiva, antes da apresentação real da tarefa de aprendizagem. Ele menciona que a função do organizador é dar suporte (ancoragem) ideal para incorporação e retenção do material mais específico e diferenciado, que resulta a situação de aprendizagem, ampliando a capacidade de discriminação entre esta situação e as ideias relevantes ancoradas na estrutura cognitiva. De acordo com Moreira,

.

Organizador prévio é um recurso instrucional apresentado em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade em relação ao material de aprendizagem. Não é uma visão geral, um sumário ou um resumo que geralmente estão no mesmo nível de abstração do material a ser aprendido. Pode ser um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma demonstração, um filme, uma leitura introdutória, uma simulação. Pode ser também uma aula que precede um conjunto de outras aulas. As possibilidades são muitas, mas a condição é que preceda a apresentação do material de aprendizagem e que seja mais abrangente mais geral e inclusivo do que este (MOREIRA, 2012, p.11).

Ausubel (2003) adverte quanto à distorção por algumas doutrinas pedagógicas de que o aluno é responsável por autodescobrir tudo o que se tem de aprender e que atribui ao professor o papel de mero consultor e crítico. Ele afirma que os estudantes têm que ter responsabilidades adequadas para a sua própria aprendizagem e as caracterizam.

1. Quando aceita a tarefa de aprender ativamente, procurando compreender o material de instrução que lhe ensinam.
2. Quando tenta, de forma genuína, integrá-lo nos conhecimentos que já possui.

3. Quando não evita o esforço ou a batalha por novas aprendizagens difíceis e não exige que o professor ‘lhe faça a papa toda’.
4. Quando decide fazer as perguntas necessárias sobre o que não compreende (AUSUBEL, 2003, p. 36).

A disponibilidade do aluno em aprender é primordial para que a aprendizagem de material potencialmente significativo se concretize como tal. Caso contrário, o que pode ocorrer é a aprendizagem mecânica, em que há pouca ou nenhuma interação da nova informação com conceitos relevantes presentes na estrutura cognitiva, ou seja, a informação é armazenada de maneira arbitrária. Entretanto, na visão ausubeliana não existe uma dicotomia entre aprendizagem significativa e mecânica e sim um *continuum*. Moreira e Masini (2001) justifica essa ideia expondo que o aprendiz ao receber uma informação de uma área do conhecimento totalmente nova para ele, a aprendizagem mecânica é necessária, até que existam informações relevantes na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores. Conforme a aprendizagem começa a ser significativa, os subsunçores ficam mais elaborados e capazes de ancorar novas informações.

Segundo Moreira e Masini (2001), a ideia central da teoria de Ausubel é a de que o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Corroborar com essa ideia o que está expresso na proposta curricular do Ensino Médio do Tocantins.

Outro aspecto que deve ser trabalhado é o da paixão pela descoberta, e para isso o aluno tem que se sentir como parte da ciência [...]. Para que tal ocorra é imprescindível considerar os conceitos prévios existentes, que devem ser trabalhados, para formar o conhecimento científico. É importante lembrar que esses conceitos se formaram durante a vida dos alunos e fazem parte do mundo deles (TOCANTINS, 2007, p.79).

Na aprendizagem significativa por recepção, a maioria dos conceitos são adquiridos por assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. A assimilação de conceitos é segundo Moreira e Masini é:

Caracteristicamente, a forma pela qual as crianças mais velhas, bem como os adultos, adquirem novos conceitos pela recepção de seus atributos criteriosais e pelo relacionamento desses atributos com ideias relevantes já estabelecidas em sua estrutura cognitiva (MOREIRA e MASINI, 2001, p.20).

Nesse princípio o aspecto mais importante é a relação de modo substantivo e não arbitrário com o conteúdo potencialmente significativo, em que a aquisição dos conceitos é caracterizada por um processo ativo de interação com os conceitos já adquiridos.

A diferenciação progressiva é o princípio pelo qual os conceitos devem ser trabalhados em uma ordem crescente de especificidade, ou seja, primeiro os mais gerais e inclusivos, e posteriormente então, sejam diferenciados por detalhes e especificidades. A reconciliação integrativa, segundo Moreira e Masini (2001) “é o princípio pelo qual a programação do material instrucional deve ser feita para esporar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças significativas, reconciliando discrepâncias reais ou aparentes”.

Moreira e Masini (2001) apontam os pressupostos das condições necessárias para que ocorra a aprendizagem significativa.

- a) Material a ser aprendido seja potencialmente significativo para o aprendiz, ou seja, relacionável a sua estrutura de conhecimento de forma não-arbitrária e não-literal (substantiva);
- b) O aprendiz manifeste uma disposição de relacionar o novo material de maneira substantiva e não-arbitrária na estrutura cognitiva (MOREIRA e MASINI, 2001, p.23).

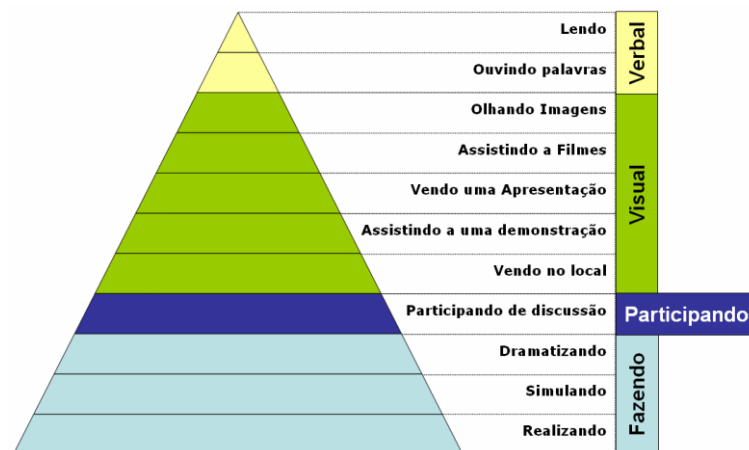
Ao analisar os pressupostos sugeridos, percebe-se que a estrutura lógica do material instrutivo deve ser significativa para o aluno. Existe aqui uma dependência entre o material e a estrutura cognitiva do aluno que precisa ter conceitos subsunçores específicos, disponíveis para relacioná-los com o novo material, no qual o aprendiz deve manifestar disposição em querer aprender e não simplesmente memorizar o material.

Posto essas considerações sobre aprendizagem significativa, fica a pergunta: Como planejar e facilitar a aprendizagem dos estudantes, fundamentando-se nesta teoria? Segundo Moreira e Masini (2001), ao analisar o problema em sala de aula, o professor precisa usar recursos que facilitem a captação da estrutura conceitual do conteúdo e sua integração à estrutura cognitiva do aluno, tornando o material significativo. Assim, considera que o professor deve auxiliar o aluno a assimilar a estrutura da matéria de ensino e a reorganizar sua própria estrutura cognitiva. Ele assegura que para que haja um planejamento consistente, a primeira e difícil tarefa do professor é a identificação dos conceitos básicos da matéria de ensino e como eles estão estruturados. Além de levar em consideração os princípios da diferenciação progressiva, reconciliação integrativa, organização sequencial e consolidação.

A organização sequencial pressupõe a existência de um tópico do conteúdo de ensino que seja entendido mediante o seu relacionamento com outro previamente ensinado. Assim, é necessário primeiro identificar os conceitos e as relações hierárquicas entre eles para sequenciar de forma adequada o conteúdo. Deve-se consolidar o conteúdo antes da apresentação de novos materiais.

A tônica da proposta didática-pedagógica desta pesquisa está na diversificação da abordagem dos conteúdos de ensino em sala de aula, visando propiciar diferentes experiências aos alunos com o material instrutivo. Corroborando com essa ideia podemos citar os estudos de Edgar Dale da Universidade do estado de Ohio nos Estados Unidos, que no seu livro de 1946 “*Audio-Visual Method in Teaching*”, apud Diniz (2001, p.19) apresenta o cone de experiências dos recursos audiovisuais, composto por camadas horizontais. Ele classifica estes recursos, hierarquizando-os, através do grau de abstração, assim a base representa o primeiro estágio, a experiência vivenciada e no topo os símbolos orais. Pode-se entender que o cone parte do concreto, passa por estágios intermediários até atingir o grau máximo de abstração na sua parte mais alta.

Figura 1 - Cone de experiências de Edgar Dale



Fonte: Freitas, 2011 (cone de Edgar Dale, 3ª edição, adaptado da publicação da Metiri 2008).

Segundo Freitas (2011, p.23), essa edição do cone deixa evidente as ideias de Edgar Dale “sobre os métodos de ensino em função da sua eficiência no processo de ensino aprendizado”. Percebe-se que há quatro tipos de categorias bem definidas: fazendo, participando, visual e verbal. E que elas estão associadas à forma de interação dos estudantes como os conteúdos de aprendizagem. A partir das contribuições de outros autores, Freitas (2011) exemplifica as categorias relacionando-as de acordo com as atividades a seguir.

- **Símbolos Verbais**

Tudo aquilo que o aluno lê, como livros, apostilas, textos no computador, etc.

- **Símbolos Visuais**

Ilustrações e representações gráficas, como o cone de Dale por exemplo.

- **Fotos e Áudio**

Gravações de áudio, programas de rádio, fotos e imagens sem movimento.

- **Filmes**

Filmes de uma forma geral, com áudio e vídeo. Por exemplo, filme de cinema.

- **Vídeo Aulas**

São vídeos criados especificamente para educar. O Telecurso é um bom exemplo.

- **Exposições**

Pertencem a essa classificação as aulas expositivas e palestras pedagógicas.

- **Passeios Educacionais**

Excursões, viagens e passeios com fim educativo são exemplos dessa categoria.

- **Demonstração**

A demonstração é quando o aluno tem a oportunidade de ver aquilo que está sendo ensinado, em funcionamento.

- **Dramatização**

A dramatização é a mistura do conteúdo didático com emoção. O dicionário Aurélio diz que dramatizar é: "Tornar ou procurar tornar dramáticos, interessantes ou comoventes como um drama, sofrimentos, fatos, situações".

- **Experiência Simulada**

São recursos que permitem ao aluno imitar a experiência de realizar aquilo que está sendo ensinado. Um bom exemplo é o simulador de voo e os jogos eletrônicos.

- **Experiência Direta**

A experiência direta é a oportunidade que o aluno tem de realizar na prática o que foi ensinado. O estágio é um ótimo exemplo (FREITAS, 2011, p.21).

Nota-se que as experiências diretas em que o aluno aprende atuando ativamente sobre o objeto de estudo, através de diferentes tipos de vivências com o material de aprendizagem, facilitam a apreensão dos conteúdos propostos. Portanto, no processo de ensino deve-se utilizar diversificados tipos de recursos que possam proporcionar o contato direto do aluno com o conhecimento que se deseja ensinar. Mas, Dale adverte quanto o discernimento entre o que é abstrato e concreto.

Não há conflito entre o concreto e o abstrato; o concreto não é necessariamente o mais fácil e o abstrato o mais difícil. Quando utilizamos uma palavra para indicar um objeto, estamos controlando este objeto; quando generalizamos, utilizamos um maior número de experiências. Quanto mais amplo sejam nossos conceitos, maior será o nosso domínio sobre o meio ambiente" (DALE, 1979, p. 102 apud DINIZ, 2001, p.20).

Portanto, o professor ao escolher um recurso didático que considera adequado para generalizar a situação-problema concreta, deve se atentar para não torná-la uma mera ilustração do que se pretende ensinar.

Ao elaborar as Sequências Didáticas, atentou-se em oferecer a possibilidade de maior interação dos alunos com aspectos concretos do conteúdo. Entretanto, considerou-se também a importância da abstração como facilitadora da aprendizagem.

Buscou-se equilibrar o concreto e o abstrato na aplicação das Sequências Didáticas propostas no produto educacional enfatizando o uso do Cálculo Diferencial para ensinar conceitos de Cinemática e Potência na primeira série do Ensino Médio. Em alguns livros didáticos, recorre-se a notação de limite e derivada para definir tópicos de Matemática, Dante (2016), e de Física, Doca, Biscuola e Bôas (2016), entretanto são tratados neles de forma superficial. O conceito de Cálculo tem na sua gênese as ideias do movimento, portanto, é a

partir desta ideia que se aplicou o Cálculo na última fase da educação básica (REZENDE, 2003).

3.2 Diversificando o ensino de Física

Nesta seção serão apresentados a música, a Modelagem Matemática e os jogos educacionais aliados às tecnologias modernas, como recursos metodológicos para facilitar e diversificar o ensino da Física-Mecânica, visando despertar o interesse, a participação e o espírito investigativo dos alunos nas atividades propostas em sala de aula com apreensão dos conteúdos trabalhados.

3.2.1 Música

Ao planejar uma aula significativa o professor procura conhecer o que os alunos já sabem sobre o conteúdo a ser ensinado e busca diferentes recursos didático-pedagógicos para motivar a participação e o interesse dos alunos nas atividades propostas. A música faz parte do momento histórico de cada sociedade e de sua cultura, sensibiliza crianças, jovens e adultos e não pode ser desconsiderada na educação de nível médio. Ela pode subsidiar professores e alunos na renovação e dinamização do processo ensino e aprendizagem, de acordo com Correia (2010).

A música pode e deve ser utilizada em vários momentos do processo de ensino aprendizagem, sendo um instrumento imprescindível na busca do conhecimento, sendo organizado sempre de maneira lúdica, criativa, emotiva e cognitiva. Os currículos de ensino devem incentivar a interdisciplinaridade e suas várias possibilidades, pois a música ajuda em todas as fases e etapas do ensino, assim como é usada para alimentar o ímpeto patriótico, ilustrando as tradições e datas comemorativas, bem como apresentando-se através das diversas manifestações artístico-culturais (CORREIA, 2010, p. 139).

O autor afirma a importância da música para o processo educacional, e a sua utilização de modo interdisciplinar na busca do conhecimento. Diferentes contextos sociais, culturais e históricos estão presentes nas letras das músicas. O professor dispõe desse recurso para explorar com criatividade assuntos relevantes de sua área do conhecimento que se encontram neste contexto.

A música estimula os sentidos, a capacidade de atenção, cria um ambiente agradável, estimula a memorização, a resolução de tarefas espaciais (geometria) e o raciocínio. Essa ideia é corroborada por Moreira, Santos e Coelho (2014), segundo eles, “A música em sala

desenvolve habilidades, define conceitos, conhecimentos e estimula o aluno a observar, questionar, investigar e entender o meio em que vive e os eventos do dia a dia, através da musicalidade”.

Os conteúdos de velocidade instantânea, limite, derivada e movimento variado no produto educacional, para primeira série do ensino médio, foram explorados utilizando-se como organizador prévio a música 120...150...200 km por hora de Roberto Carlos/Erasmus Carlos, por apresentar em sua letra conexão com os assuntos abordados, visando instigar os alunos a mobilizar sua estrutura cognitiva para relacionar o que eles já conheciam sobre o tema e os novos conceitos a serem aprendidos.

3.2.2 Modelagem Matemática

A Física como ciência moderna se constituiu a partir de experimentos e descobertas da Mecânica, realizadas no século XVI por Galileu, que empregou a linguagem matemática para explicar os fenômenos naturais. Tal prática se tornaria sinônimo de cientificidade. Bassanezi (2013) afirma que “o reconhecimento de uma teoria científica passou a ter como condição necessária o fato de poder ser expressa em linguagem Matemática”. No século XVII, Isaac Newton ao tentar compreender e explicar matematicamente a velocidade instantânea proporcionou tanto o desenvolvimento da Mecânica como do próprio Cálculo Diferencial e Integral. Pietrocola (2002) menciona a importância da linguagem Matemática para a estruturação do próprio conhecimento físico.

No contexto galileano, a geometria mantém seu status de linguagem preferencial do mundo, mas agora como recurso do pensamento para sua estruturação teórica. Este processo se configura como uma "tradução Matemática", onde o cientista seria o tradutor pela sua capacidade de transitar entre os dois "idiomas": da natureza e da Matemática. A evolução nas relações entre Física e Matemática não termina com Galileu e, muito pelo contrário, este é apenas um dos primeiros episódios da longa história de construção da mesma. Com a formação da "Física-Matemática", o papel de tradução passa a se constituir numa *mediação* propriamente Física. Neste Contexto, a matematização é concebida como inerente aos conceitos e suporte para a construção dos mesmos (PIETROCOLA, 2002, p.93).

O objetivo de Galileu era apresentar uma nova ciência que se contrapõe ao conhecimento antigo (aristotélico) sobre o movimento com base em seus experimentos e nas propriedades que ele havia descoberto, as quais não haviam sido observadas e nem demonstradas (NUSSENZVEIG, 2002). Na idade média, outros estudiosos também contribuíram para compreensão do movimento, destacam-se, os parisienses, Jean Buridan e

Nicole de Oresme (1323-1382) e os de Oxford-Inglaterra, Thomas Bradwardine e Swineshead. Entretanto, faltavam-lhes ferramentas como limites, derivadas e integrais para elucidar seus conceitos básicos, como conhecemos hoje. Eles só vieram a ser revelados no século XVII, com a construção do Cálculo Infinitesimal por Isaac Newton em suas investigações sobre movimento (GUIMARÃES, PIQUEIRA e CARRON, 2016).

Atualmente, as fórmulas Matemáticas para expressar os fenômenos da Física estão tão intrinsicamente ligadas que não pensamos suas leis apresentadas de outra forma, o que pode se constituir um problema, se os parâmetros apresentados nessa linguagem Matemática forem vazios de significados para os alunos. A PCEM, afirma que:

Dentre o ensino de todas as ciências, o da Física, principalmente, tem como maior dificuldade a tradução do fenômeno observável no cotidiano dos alunos para a linguagem simbólica e científica, objeto do ensino-aprendizagem da mesma (TOCANTINS, 2007, p.78).

Os PCNEM evidenciam a importância da linguagem Matemática no desenvolvimento da Física.

A Física expressa relações entre grandezas através de fórmulas, cujo significado pode também ser apresentado em gráficos. Utiliza medidas e dados, desenvolvendo uma maneira própria de lidar com os mesmos, através de tabelas, gráficos ou relações Matemáticas"... Assim, para dominar a linguagem da Física é necessário ser capaz de ler e traduzir uma forma de expressão em outra, discursiva, através de um gráfico ou de uma expressão Matemática, aprendendo a escolher a linguagem mais adequada a cada caso (BRASIL, 1999, p. 235).

A Modelagem Matemática se apresenta como um caminho viável para diminuir os obstáculos de aprendizagem dos alunos na compreensão dos fenômenos físicos por proporcionar acesso significativo a uma linguagem simbólica e científica a partir de situações reais, naturais e experimentais que são exigidas tanto na Matemática quanto na Física como componentes curriculares.

Portanto, vislumbra-se a pertinência da interdisciplinaridade da Física, Matemática e das noções básicas do Cálculo Diferencial na primeira série do Ensino Médio. Nesta fase de ensino, a organização curricular propicia a articulação entre os conteúdos destas disciplinas.

Entretanto, o trabalho interdisciplinar deve ser intencional e coletivo, e não um trabalho isolado de um único professor.

Na matemática, os gráficos são gerados a partir de tabelas ou funções de modo generalizado, e na maioria das vezes sem uma situação real proposta para dar significados a tais elementos.

Na Física, as representações dos dados são específicas para uma situação real ou teórica e apresentados através de tabelas, gráficos e/ou funções em que unidades de medidas, presentes no cotidiano do aluno, são usadas para identificar grandezas físicas.

Mas, é comum a resistência de alguns alunos em articular estes entes matemáticos a natureza das grandezas físicas que eles representam.

Nessa direção Moreira e Santarosa (2011) enfatizam que o aluno deve assumir a postura de participar do processo de aprendizado, na qual a unidade de medida possa fazer parte da vida dos estudantes de Física, de modo que o metro(m), o tempo(t) e a velocidade(v) aparecem na construção de gráficos e na resolução analítica dos exercícios.

A Modelagem Matemática como metodologia de ensino pode facilitar a compreensão dos conteúdos da Física para aprendizagem dos alunos, por isso necessário compreender o seu significado, seus instrumentos e processos para o seu desenvolvimento. Segundo Bassanezi,

A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2013, p. 16).

Ele afirma que os avanços de vários campos da Física, Química, Biologia e da Astronomia foram constatados a partir do emprego da modelagem em suas pesquisas.

Nessa perspectiva, Biembengut e Hein define que:

Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além do conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT e HEIN, 2005, p.12).

O produto da Modelagem Matemática é um modelo que serve para dar suporte não apenas a situação particular que lhe deu origem, mas também para outras aplicações e teorias. O modelo, na visão de Biembengut e Hein (2005, p. 12), “é um conjunto de símbolos e relações Matemáticas que procuram traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real [...]”.

Já Bassanezi (2013) considera apenas modelos que concerne à representação de um sistema e classifica em dois tipos o modelo objeto e o teórico: O primeiro é a representação de um objeto ou fato concreto. Ele pode ser representado pictoricamente (desenho, mapa ou esquema) e conceitualmente (fórmulas Matemática) ou simbolicamente. O Segundo é o teórico, que se vincula a uma teoria geral existente. Bassanezi (2013) diz que este será sempre

construído em torno de um objeto com um código de interpretação e que deve conter as mesmas características de um sistema real e nas relações de suas variáveis, que são obtidas através das suas hipóteses (abstratas) ou de experimento reais (concretos).

Visando simplificar a utilização do termo “modelo”, ele o define como “um conjunto de símbolos e relações Matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. E podem ser formulados conforme a natureza dos fenômenos analisados e classificados de acordo com o tipo de Matemática utilizada.

Bassanezi (2013, p.24) assegura que a “Modelagem Matemática é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele”. Ele adverte que esse método não deve ser utilizado como uma panaceia descritiva adaptada a qualquer situação da realidade e que o excesso de simbolismo matemático pode ser mais destrutivo do que esclarecedor. O conteúdo e a linguagem Matemática devem estar equilibrados e circunscritos tanto ao tipo de problema quanto ao objetivo que se propõe alcançar.

Biembengut e Hein (2002) consideram três etapas como procedimento para representar a situação “real” com “ferramental” matemático: a interação, a matematização e o modelo matemático. Eles descrevem cada etapa para que o professor possa ter entendimento para desenvolver no seu processo de ensino e de aprendizagem:

- a) Interação
 - É feita, inicialmente, uma breve exposição do tema, permitindo certa delimitação do aluno com uma área em questão.
 - Em seguida, faz-se um levantamento de questões, procurando instigar os alunos a participarem com sugestões.
- b) Matematização
 - Seleciona-se e formula-se uma das questões levantadas a fim de levar os alunos a proporem respostas. As respostas, certamente, abrirão caminhos para atingirem as metas propostas.... Quando necessário, propõe-se aos alunos que façam uma pesquisa.
 - Na medida em que se está formulando a questão, ao suscitar um conteúdo matemático para a continuidade do processo ou obtenção de um resultado, interrompe-se a exposição e desenvolve-se a Matemática necessária, retomando no momento adequado.
 - Depois de desenvolver o conteúdo necessário e suficiente para responder ou resolver essa etapa do trabalho, propõem-se exemplos análogos, para que o conteúdo não se restrinja ao modelo...propor também, a resolução de exercícios (convencionais, aplicados, demonstrações).
 - Nesse momento, retorna-se à questão que gerou o processo apresentando a solução.
- c) Modelo
 - A questão formulada, que permite a resolução da questão e de outras similares, pode ser considerada um modelo matemático.

- É momento de se avaliar o modelo matemático quanto à validação e a importância. Dessa forma, os alunos analisam o resultado obtido, que se denomina validação. (BIEMBENGUT E HEIN, 2002, p.20)

Cada uma dessas etapas é flexível e o professor com sua criatividade pode aperfeiçoá-las para desenvolver o seu trabalho. No Quadro 1 a seguir, explicita-se os procedimentos de cada etapa, exemplificando com as atividades do produto educacional gerado nesta pesquisa.

Quadro 1 - Etapas da Modelagem Matemática aplicadas na elaboração do produto educacional.

ETAPAS	DIVISÃO DA ETAPA	PRODUTO EDUCACIONAL
INTERAÇÃO	Reconhecimento da situação problema Familiarização com o assunto a ser modelado – referencial teórico.	• O tema escolhido foi o movimento de queda livre. Iniciou-se com uma abordagem sobre como o senso comum concebe este movimento e como ele foi estudado e interpretado cientificamente por Galileu Galilei. • Os alunos foram instigados a participarem através das suas concepções sobre o movimento de queda livre.
MATEMATIZAÇÃO	Formulação do problema Resolução do problema em termos do modelo	• Optou-se pela realização de um experimento de queda livre “<i>in loco</i>” e o uso do <i>software Tracker</i> para analisar o vídeo do experimento e fornecer seus dados físicos. • O problema consistia em analisar qual tipo de movimento é descrito pela queda livre de corpos. • O levantamento dos valores das variáveis posição e tempo foram gerados a partir do <i>software Tracker</i>, organizados em tabela e construído o gráfico posição(s) versus tempo(t) pelos alunos. • A representação gráfica mostrou-se não-linear e do tipo semiparábola, própria da função quadrática, cujo o modelo matemático é $f(x)=ax^2 + bx + c$. • A partir das características do modelo matemático, de domínio dos alunos neste nível de ensino, foi apresentado os aspectos físicos que os parâmetros a, b e c representavam no experimento, e a variável x foi substituída por t (tempo). • Com relação aos parâmetros:

		“c” relacionava-se com a posição inicial do objeto: 1,313m; “b” com a velocidade inicial do objeto, que partiu do repouso: 0 m/s e “a” associada a gravidade, que no experimento foi de aproximadamente: -10,2 m/s² • Ao substituir as variáveis o modelo matemático encontrado para explicar o fenômeno foi: $s(t) = 1,313 - \frac{g}{2} t^2$
MODELO MATEMÁTICO	Interpretação da solução Validação do modelo - avaliação	• O modelo foi validado escolhendo na tabela um instante no intervalo de tempo de queda do objeto e utilizando o modelo para expressar a sua posição neste instante. • Os alunos derivaram a função posição e encontraram a velocidade da partícula. Derivando esta, encontraram a sua aceleração. Foram construídas tabelas e 5 gráficos: velocidade (v) versus tempo(t) e aceleração(a) versus tempo(t). Em que suas interpretações levaram a concluir que o movimento de queda livre é do tipo MUV.

Fonte: Adaptado de Biembegut e Hein (2002, p.127), adaptado pela autora.

O Quadro 1 trouxe de forma resumida o que foi trabalhado com os alunos na primeira série do Ensino Médio, e pode ser conferido na íntegra no Produto Educacional. A diversificação de metodologia foi uma grande motivação para elaboração do material didático para sala de aula e esteve presente na sua construção. Na última Sequência Didática foram utilizados os jogos educacionais aliados à tecnologia para integrar os conteúdos da Física, Matemática e as noções básicas do Cálculo.

3.2.3 Jogos e tecnologias da educação

Um dos principais desafios do ensino de Física é despertar o interesse, a participação e a curiosidade dos alunos em relação aos conteúdos que o professor ensina.

Nesse sentido os jogos educacionais e as tecnologias, na sociedade contemporânea, podem ser utilizados como recursos metodológicos e são grandes atrativos para os alunos uma vez que possibilita romper as barreiras que os recursos tradicionais impõem. Não se trata de substituí-los, mas de utilizá-los harmoniosamente, conforme as expectativas de aprendizagem que o professor deseja alcançar.

Na educação formal de sala de aula, um dilema presente é a utilização de ferramentas tecnológicas, como computadores, *tabletes* e *smartphones*. A rapidez com que ocorre o desenvolvimento tecnológico e o acesso cada vez mais fácil torna-se fato inevitável sua aplicação em sala de aula.

Segundo Hornes (2009), a mudança de uma educação tradicional com uma aprendizagem mecânica a uma aprendizagem significativa deve ocorrer necessariamente pela utilização de organizadores prévios que podem atuar como mediadores entre aquilo que o aluno conhece e o que o ele busca conhecer.

Nesse intuito, os *softwares* educacionais podem funcionar como organizadores prévios, quando associados a estratégias de ensino e aprendizagem que levem em conta os conhecimentos que o aluno já possui.

Para a efetivação dessa prática no ensino, é fundamental que tanto os professores quanto os alunos sejam capazes de dominar as novas tecnologias em sala de aula e analisar os materiais a serem utilizados, tendo em vista os objetivos que se deseja alcançar.

Assim, os educadores devem conhecer tanto a qualidade quanto as características dos *softwares* que pretendem utilizar, levando em conta o espaço em sala de aula e os equipamentos disponíveis para a utilização dos aplicativos e dos programas, além de saber o nível de conhecimento dos alunos, suas habilidades e expectativas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os jogos favorecem a simulação de situações-problemas reais que exigem soluções que fazem parte do cotidiano do aluno e de forma imediata estimulam o planejamento das ações e possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, dando a possibilidade de alterá-las quando o resultado não for satisfatório (Brasil, 1998).

O advento da tecnologia e a possibilidade de unir as práticas pedagógicas a elas, através de jogos e de aplicativos permite ao professor oferecer diferentes estratégias de ensino capazes

de proporciona nos alunos vivências nos conteúdos de Física, de modo a constituírem grandes aliados para romper com as barreiras que impedem a aprendizagem de se tornar significativa, prazerosa, atrativa e colaborativa.

Neste cenário lúdico e tecnológico, encontra-se a plataforma *web quiz kahoot*, que disponibiliza, *on-line*, ao professor de qualquer disciplina, construir *quiz* (grupo de discussão e testes). O grande atrativo dessa plataforma é a interação dos alunos em tempo real com as suas respostas sobre o assunto e sua pontuação no decorrer do jogo. Ao final, é apresentada uma tabela constando todos os acertos e erros dos alunos no jogo, o que permite ao professor realizar uma intervenção nas questões em que os alunos apresentaram maior dificuldade.

Para utilizar a plataforma é necessário que o professor realize seu cadastro para poder criar o seu *quiz kahoot*, com a inserção de questões com poucos caracteres e com suas respectivas alternativas. O *kahoot* oferece espaço para inserção de apenas quatro alternativas e solicita que dentre estas a resposta correta da questão seja assinalada.

O professor para utilizar o *quiz* em sala de aula necessita de uma tela de projeção, de um computador e caso tenha inserido algum vídeo nas questões é necessário um caixa de som. Os alunos precisam de conexão com a internet, celular, *tablet*, *notebook* ou computador. Para iniciar o jogo o aluno deve acessar a plataforma, inserir o *game pin* (código numérico gerado no *kahoot* e fornecido ao professor). Os alunos devem digitar em seus dispositivos esse código, identificar-se e aguardar o professor liberar o jogo.

O jogo é exibido aos alunos em seus dispositivos. Na tela aparecem apenas quatro imagens geométricas diferentes e coloridas, as quais correspondem cada uma delas as alternativas da questão. As questões são projetadas pelo professor e o aluno deve lê-las e indicar através de uma das formas geométricas a resposta correta.

Conforme indicado por Hornes (2009), para elaborar a sequência didática que envolve Potência, tópico da Dinâmica proposto no produto educacional, foi usada à plataforma *kahoot* como organizador prévio. O foco principal foi explorar o conhecimento espontâneo sobre o assunto que os alunos haviam incorporados as suas experiências de vida e instigar a estrutura cognitiva deles a relacionar o novo conteúdo com algo que eles já tinham adquiridos sobre o tema.

3.3 Breve panorama histórico do Cálculo Diferencial no Ensino Médio e seus desafios atuais

O Cálculo Diferencial e Integral, historicamente, já esteve presente como disciplina, no currículo escolar da Educação Básica, em particular na sua última fase, hoje conhecida como Ensino Médio. Nesta seção, veremos quais as expectativas para a sua inserção e quais frustrações levaram à sua exclusão do currículo neste nível de ensino. A análise das reformas curriculares que ocorreram no Brasil, nos dará a visão necessária para compreender essas mudanças de paradigmas.

Um marco importante para o currículo no Brasil foi à reforma Benjamin Constant que ocorreu no ano de 1890, com ênfase na formação científica em contraposição da formação literária da época.

Nesta reforma, o Cálculo Diferencial tinha seu lugar reservado no 3º ano do ensino secundário. Mas devido à ausência do conceito de função o Cálculo era ensinado com um exacerbado formalismo e sem ligação com o resto do curso, o que culminou em 1900 com a sua retirada dos programas oficiais de ensino (Pereira, 2009).

No ano de 1931, na tentativa de estruturar o curso secundário no Brasil e modernizar a educação, foi proposta a reforma Francisco Campos. Nesta reforma, o programa de Matemática foi fragmentado em diferentes ramificações e atribuiu-se grande importância em suas aplicações na introdução do conceito de funções e nas noções do Cálculo Infinitesimal.

Entretanto, a proposta inovadora encontrou resistência por parte dos professores que não se sentiam seguros com a nova maneira de trabalhar a Matemática. Outro fator que contribuiu para aumentar o problema foi à escassez de material pedagógico que tratasse o assunto com essa abordagem moderna.

Na reforma Capanema em 1942 o Cálculo passou a fazer parte apenas de programas regulares do científico. Não houve mudanças consideráveis entre uma reforma e outra quanto à abordagem rigorosa, linear e formal dos conteúdos do Cálculo, esta continuava desarticulada dos demais conteúdos (Spina, 2002, p.64). Em 1961 a Lei de Diretriz e Bases da educação flexibiliza o currículo e o ensino de Cálculo deixa de fazer parte da chamada escola secundária, persistindo ainda em algumas poucas escolas do país.

Geraldo Ávila (1991), no artigo intitulado “O ensino de Cálculo no 2º grau” publicada na Revista do Professor de Matemática (RPM), faz menção as mudanças significativas que ocorreram no Brasil no final da década de 50 e início dos anos 60 decorrentes do movimento da Matemática Moderna, em que seus defensores argumentavam que era preciso modernizar o

ensino. Neste intuito, a proposta visava aproximar a Matemática desenvolvida na escola com a que é vista pelos estudiosos e pesquisadores da área, que culminou em um ensino com excessivo rigor e formalizações, distanciando-se das questões práticas. Foi dada ênfase a linguagem da teoria dos conjuntos e no ensino de sua simbologia e terminologia complexa, comprometendo o aprendizado do cálculo numérico, da Geometria e das Medidas (Brasil,1998).

Ávila (1991) considera irônico os reformistas que, no intuito de modernizar o ensino de Matemática, criticavam este ensino por se limitar à Matemática que terminava no ano de 1700 e descartavam o Cálculo, cujas ideias surgiram antes de 1700, sendo que era o de mais moderno que começava a surgir na Matemática. Segundo ele, o Cálculo desempenha um papel relevante em todo o desenvolvimento científico-tecnológico.

Portanto, descartá-lo no ensino é grave, porque deixa de lado uma componente significativa e certamente a mais relevante da Matemática para a formação do aluno num contexto de ensino moderno e atual. Incorreram os reformistas naquele erro de recusar a pedra angular, aquela que seria a mais importante na construção do edifício (ÁVILA, 1991).

Ávila (1991) adverte quanto à rejeição do elemento mais importante da construção do conhecimento Matemático, a sua pedra angular. A ignorância dessa componente significativa e relevante da Matemática torna inviável para a formação do aluno a contextualização de um ensino moderno e aplicável a sua realidade.

O cenário histórico mostra que as dificuldades enfrentadas pelos professores e alunos no passado que ainda persistem nos dias atuais, entre elas a desarticulação dos conteúdos do Cálculo com as demais disciplinas, a insegurança dos docentes pela falta de uma preparação adequada para lidar com as inovações metodológicas necessárias para o seu ensino.

Porém no que diz respeito a materiais didáticos, existem publicações de vários autores (PEREIRA 2009; MACHADO 1993, 2008; ÁVILA 1991, 2006 E REZENDE 2003) em seus artigos, dissertações e teses que trazem sugestões de aplicações do Cálculo no ensino médio de forma interdisciplinar com a Matemática e a Física.

No que concerne à abordagem nos livros didáticos de Matemática e de Física, as definições de conteúdos a partir da noção de limites e derivadas são realizadas, ainda, de forma breve e sem explicações para consubstanciar seus significados.

Há um consenso entre os autores pesquisados (ÁVILA; 1991, MACHADO, 2015 E REZENDE, 2003) que as ideias do Cálculo devem ser ensinadas na educação básica. Eles apontam que a interdisciplinaridade da Matemática com a Física oferece condições propícias para o seu desenvolvimento e se justifica por ser a geradora de conceitos básicos de ambas as

disciplinas. Outro ponto de convergência na opinião dos autores é quanto à forma da abordagem do Cálculo no Ensino Médio. Eles são unânimes ao afirmarem que é um erro ensinar o Cálculo na Educação Básica da forma sistematizada e com o rigor dos limites dos épsilons e deltas, como ocorre no Ensino Superior.

Machado (2015) menciona que a ideia intuitiva de limite é simples e significa à ideia de aproximações sucessivas ele considera que o rigor e o formalismo do conceito de limites são complexos “pesadíssimos” e levaria qualquer tentativa de ensinar o Cálculo no Ensino Médio por essa via ao fracasso. Segundo os autores (ÁVILA 1991, MACHADO 2015 e REZENDE 2003) as ideias construtoras do Cálculo estão presentes no Ensino Fundamental e Médio, sendo a base para a compreensão do próprio conhecimento matemático.

Rezende (2003) observa que o Cálculo está em um “esconderijo forçado” no âmbito destes níveis de ensino de Matemática. Ele sugere que muitas das dificuldades dos alunos em Matemática estão associadas à evitar/ausência das ideias do Cálculo, que são “escamoteadas” neste nível de ensino, comprometendo o seu campo de significações e sua aplicação para resolver problemas fundamentais da geometria e da aritmética, que continuam sendo mal resolvidos através de fórmulas e regras mágicas.

O entrelaçamento da Física, na Cinemática, com o Cálculo Diferencial e Integral foi proposto em trabalho de vários autores pesquisados (SANTAROSA e MOREIRA, 2011, PEREIRA 2009, MACHADO 1993, 2008, 2015; ÁVILA 1991, 2006; REZENDE 2003 e SPINA 2002) e isto pode ser explicado porque as ideias de velocidade e coeficiente angular são geradoras e construtoras do campo semântico da noção de derivada e terá sentido para o aluno quando consubstanciada com as redes de significações dos conceitos de geometria e da Física.

Segundo Rezende (2003), o conceito de velocidade instantânea representa um nó vital para a construção das significações do conceito de derivada como taxa de variação instantânea.

Portanto, pode-se considerar uma via dupla, ou seja, o conceito de velocidade instantânea será significativo para o aluno se ensinado à luz do Cálculo Diferencial.

No campo cinemático, Rezende (2003) aponta que no movimento uniforme e uniformemente variado o conceito de velocidade instantânea pode ser ensinado com a noção intuitiva de limite e sua interpretação geométrica como o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função horária da posição $s(t)$. Segundo ele, a proposição de situações concretas desta natureza é importante para consolidar o significado de derivada como taxa de variação instantânea. E ainda, sugere que na Matemática seja retomado o estudo das funções afins e quadráticas para ampliar o conhecimento e determinar as derivadas dessas funções, visando reestabelecer suas características a partir do conceito de derivadas.

Na Física, se propõe que seja realizado o estudo mais detalhado das funções horárias dos movimentos uniforme e uniformemente variado com o uso das derivadas, buscando consolidar as relações entre as grandezas físicas a partir da noção de derivada, e da representação e análise dos gráficos: posição(x) versus tempo(t), velocidade(v) versus tempo(t) e aceleração (a) versus tempo(t).

Machado (1993) afirma que o conceito de derivada é uma generalização da noção de velocidade e que embora não seja fácil definir velocidade de maneira geral e precisa, todos parecem capazes de entender e utilizar intuitivamente informações envolvendo tal noção. Ele assegura que para uma compreensão mais efetiva, a referência natural é o significado cristalino da velocidade nos movimentos uniformes.

Nestes tipos de movimentos o móvel percorre distâncias iguais sempre em tempos iguais, a velocidade representa a distância percorrida por unidade de tempo. A partir dessa definição decorrem todas as extensões da noção de velocidade.

Segundo Ávila (2006) a primeira série do Ensino Médio fornece um ambiente ideal para se trabalhar a contextualização dos conceitos de derivadas de modo interdisciplinar, aliando os conteúdos das funções Matemática aos dos movimentos da Física.

Propõe ainda, a interpretação da derivada através da sua típica utilização no estudo do movimento de um ponto material. Ávila (2006), também apresenta a velocidade e a aceleração instantânea e os seus conceitos para se explicar a noção intuitiva de limite e a sua aplicação no cálculo da derivada.

Entretanto, ele critica o hábito dogmático de escolas e cursinhos de ensinar essas funções sem nenhuma justificativa. O professor dispõe de recursos programáticos, na primeira série do Ensino Médio, que são capazes de propiciar aos alunos a Modelagem Matemática de situações concretas e reais associadas ao Movimento Uniforme (MU) e Movimento Uniformemente Variado (MUV).

Portanto, a compreensão da variabilidade/permanência pode ser facilitada à medida que se reconhece as grandezas e proporção presentes em contextos de ambas às disciplinas, e que explica a velocidade instantânea, o crescimento e decrescimento, problemas de máximo e de mínimo, taxas de variação, entre outros.

4 CINEMÁTICA E POTÊNCIA

Este capítulo traz os princípios da relatividade e sua implicação no campo da cinemática. Apresenta um estudo sobre as transformações de Lorentz e a sua importância para a física relativística. Realiza, na sequência, uma descrição das componentes vetoriais do momento linear, posição, velocidade, aceleração no espaço tridimensional. Além disso, consta também uma breve aplicação da matemática para descrever as relações entre as grandezas que compõem os movimentos e suas causas.

4.1 Cinemática Relativística

Acreditava-se no início do século XX que a descrição física do universo estava completa, pois as leis do eletromagnetismo propostas por Maxwell, Carnot e outros complementavam a teoria de Newton sobre o movimento em sistema mecânico. Entretanto, os resultados de alguns experimentos apresentavam incoerência com essas leis. As teorias da física clássica eram incapazes de descrever o efeito fotoelétrico e os espectros dos átomos, o espectro de radiação emitido por um corpo negro, e os fenômenos associados aos raios X e à radioatividade. (TIPLER e LLEWELLYN, 2006).

Neste contexto, Albert Einstein publica no ano de 1905 um artigo sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento, nele propõe um princípio da relatividade mais abrangente, do que o proposto por seus precedentes, que se aplica tanto às leis da mecânica quanto às leis da eletrodinâmica e rompe com as ideias de tempo e espaço absoluto, construindo a ideia de espaço-tempo inseparável.

Ele apresenta, nesse ano, a teoria da relatividade restrita ou especial que trata das medidas de eventos físicos, levando em consideração os movimentos relativos, observados em diferentes referenciais que estejam se movendo com velocidade constante uns em relação aos outros. O termo restrita, dessa teoria, indica que as suas leis se aplicam apenas a referenciais inerciais, ou seja, àqueles em que vale a lei da inércia.

É importante destacar que as bases da teoria da relatividade são fundamentadas de acordo com dois postulados ou princípios de Einstein, enunciados a seguir:

1. Postulado da relatividade: As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais. Não existe um referencial absoluto;
2. Postulado da velocidade da luz: a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor c em todas as direções e em todos os referenciais inerciais (HALLIDAY, RESNICK e WALKER, 2007, pp. 142-143).

O postulado 1 Inclui tanto os fenômenos mecânicos como os eletromagnéticos, ampliando a relatividade newtoniana. Este princípio afirma que as leis da física são as mesmas em qualquer referencial adotado como centro, ou seja, as equações continuam iguais não importa o sistema de coordenadas. Entretanto, não afirma que as medidas das grandezas físicas devam ser a mesma para quaisquer observadores inerciais. Mas, que essas leis que expressam as relações entre os valores experimentais de duas ou mais grandezas físicas são invariantes.

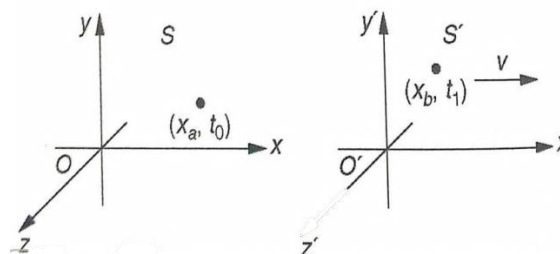
Segundo Halliday, Resnick e Walker (2007, p.143) o postulado 2, pode ser enunciado da seguinte forma “existe na natureza uma velocidade limite c , que é a mesma em todas direções e em todos os referenciais inerciais”. Portanto, qualquer partícula com massa diferente de zero não pode atingir esta velocidade c .

A descrição da Cinemática relativística requer o estudo de um conjunto de equações denominadas de transformações de Lorentz (TL), essas transformações permitem tornar os cálculos da Física clássica compatível com o da relatividade.

Para isso, é necessário compreender as consequências dos postulados de Einstein, a relação geral entre as coordenadas do espaço-tempo x, y, z e t , de um evento num referencial S e as coordenadas (x', y', z', t') do mesmo evento num outro referencial S' , que se move com velocidade uniforme em relação ao primeiro.

Neste estudo se considera apenas o caso especial, no qual a origem do sistema coincide no tempo $t = t' = 0$ e S' se move em relação a S com velocidade v ao longo do eixo x ou x' , e ainda que os eixos y' e z' , sejam respectivamente paralelos a y e z . Conforme é exibido na Figura 2.

Figura 2- O gráfico apresenta os referenciais inerciais S e S' que estão em movimento um em relação ao outro.



Fonte: Tipler e Llewellyn (2006, p.16)

As transformações galileana que expressam as medidas das posições das coordenadas (x', y', z') , de tempo (t') e os valores observados em S' em relação a outro observador em S são dadas pelas as equações a seguir:

$$a) x' = x - vt \quad b) y' = y \quad c) z' = z \quad d) t' = t \quad (1)$$

Enquanto, a transformação inversa é expressa por:

$$a) x = x' - vt' \quad b) y = y' \quad c) z = z' \quad d) t = t' \quad (2)$$

Essas equações evidenciam que a velocidade relativa dos referenciais é diferente para os observadores em S' e S , e ainda, que o tempo medido por eles são iguais. Portanto, as transformações clássicas da velocidade de Galileu são incompatíveis com os princípios da relatividade restrita, pois valem apenas para $v \ll c$ (velocidade muito menor que a velocidade da luz), por isso necessitam de alterações para concordarem com os postulados de Einstein, isso significa modifica-las, de tal modo que para $v \ll c$ elas se reduzam as leis da mecânica clássica.

Outro ponto a ser observado é que a distância entre os dois pontos no espaço $\Delta x = \Delta x'$ não depende do movimento do observador o que é contraditório com a ideia de contração de comprimento. A forma correta das transformações de velocidade escalares foi desenvolvida por Hendrick A. Lorentz (1853-1928) no ano de 1890, em conexão com o eletromagnetismo. Einstein interpretou as equações dessas transformações de velocidade $0 \leq v < c$, dentro do contexto da relatividade especial (SERWAY e JEWETT JR, 2011, p. 295)

Portando para tornar compatíveis as teorias, usam-se as transformações de Lorentz (TL), que apresenta um fator γ , que depende de v e c , mas não depende das coordenadas, expresso da seguinte forma.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3)$$

Em que

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (4)$$

Como não há movimento relativo nas direções y e z , então não existem modificações em $y' = y$ e $z' = z$. Entretanto, ao inserir um fator multiplicador γ , na equação x' , isso modifica a transformação clássica dos tempos $t = t'$. Para provar que este fato é verdade basta substituir x' , da equação (1a) na (2a). Assim,

$$\begin{aligned} x &= \gamma[\gamma(x - vt) + vt'] \\ x &= \gamma^2(x - vt) + \gamma vt' \\ \gamma vt' &= -\gamma^2 x + \gamma^2 vt + x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t' &= \frac{\gamma^2 vt + x - \gamma^2 x}{\gamma v} \\
 t' &= \frac{\gamma^2 vt}{\gamma v} + \frac{x - \gamma^2 x}{\gamma v}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Simplificando os termos, e dividindo ambos os membros da igualdade por γ , vem que:

$$t' = \gamma \left[t + \frac{(1 - \gamma^2) x}{\gamma^2 v} \right] \tag{6}$$

Usando o valor de γ , pode-se escrever a transformação de Lorentz de maneira mais simples, assim sendo, a forma correta para as equações (1) é:

$$\begin{aligned}
 a) \ x' &= \gamma(x - vt) & b) \ z' &= z \\
 b) \ y' &= y & d) \ t' &= \gamma \left(t + \frac{vx}{c^2} \right)
 \end{aligned} \tag{7}$$

E a transformação inversa:

$$\begin{aligned}
 a) \ x &= \gamma(x' - vt') & z &= z' \\
 b) \ y &= y' & t &= \gamma \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right)
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\text{Onde, } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \tag{9}$$

A partir desse conjunto de equações pode se deduzir todos os efeitos cinemáticos da relatividade restrita, “que indicam como as medidas do espaço e tempo dependem do referencial” (MARTINS, 2019, p.3).

4.1.1 Contração das Distâncias

Se objeto está num referencial em repouso, seu comprimento é denominado de comprimento próprio. Para representá-lo será usada a notação L_0 . Quando o objeto se encontra num referencial que está se movendo em relação a outro, o comprimento na direção do movimento será sempre menor que o seu comprimento próprio.

$$L = \frac{L_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (10)$$

Assim, o comprimento de um objeto num referencial no qual ele está se movendo na direção do movimento é sempre menor do que o comprimento próprio. Martins (2019) define da seguinte forma:

Se dois objetos têm o mesmo tamanho quando estão parados, um em relação ao outro, e um deles é colocado em movimento em relação ao outro, seus comprimentos já não serão mais iguais. Cada um deles parecerá menor (mais curto) quando medido de um referencial parado em relação ao outro; mas essa diferença só afeta as dimensões paralelas ao movimento (não as perpendiculares) (MARTINS, 2019, p.2)

Martins (2019) chama a atenção em relação à direção do movimento e enfatiza que esse fenômeno não influencia as medidas de suas dimensões em movimentos perpendiculares.

4.1.2 Dilatação do tempo

A dilatação do tempo ressalta que o observador em referenciais inerciais diferentes mede intervalos de tempo diferentes entre um par de eventos. Portanto, qualquer que seja um observador em S sempre medirá um intervalo de tempo maior, do que um observador que esteja no referencial em que os dois eventos ocorrem no mesmo local. Isso pode ser expresso através da equação (11).

$$\Delta t = \frac{\Delta \tau'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t' = \gamma \tau \quad (11)$$

Em que $\tau = \Delta t'$ que é o intervalo de tempo próprio, somente um relógio no local do evento no momento em que este ocorre, pode registrar o tempo próprio.

4.1.3 Relatividade da simultaneidade

Segundo Tipler e Llewellyn (2006, p.14), “os postulados da relatividade restrita implicam na relatividade da simultaneidade”, e de acordo com esta tem-se que:

Dois eventos que são simultâneos em um referencial não são simultâneos em outro referencial inercial que esteja se movendo em relação ao primeiro.

Um corolário da afirmação acima é o seguinte:

Dois relógios que estão sincronizados em um referencial não estão sincronizados em nenhum outro referencial inercial que esteja em movimento em relação ao primeiro (TIPLER e LLEWELLYN, 2006, p. 14).

Logo, para comparar as distâncias e intervalos de tempo de uma partícula no espaço-tempo em dois referenciais inerciais diferentes, em um se move em relação ao outro é necessário considerar a relatividade simultânea.

4.1.4 Composição das velocidades segundo a lei relativística

A transformação de velocidade na relatividade restrita é feita através da derivação das transformações de Lorentz. Para isso suponha que uma partícula esteja se movendo em um referencial S com velocidade u cujas componentes são: $u_x = \frac{dx}{dt}$; $u_y = \frac{dy}{dt}$ e $u_z = \frac{dz}{dt}$. Considere um observador no referencial S' que medirá as componentes: $u'_x = \frac{dx'}{dt'}$; $u'_y = \frac{dy'}{dt'}$ e $u'_z = \frac{dz'}{dt'}$ (TIPLER E LLEWELLYN, 2006).

A partir da derivação das equações (7) das TL, vem que:

$$\begin{aligned}
 u'_x &= \frac{dx'}{dt'} \\
 &= \frac{\gamma(dx - vdt)}{\gamma\left(dt + \frac{vdx}{c^2}\right)} \\
 &= \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} \\
 &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{vu_x}{c^2}}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Se a partícula tem componentes de velocidade nas direções y e z, para encontrá-las usa-se:

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{vu_x}{c^2}\right)} \tag{13}$$

e,

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - \frac{vu_x}{c^2})} \quad (14)$$

É válido observar que esta forma de transformação de velocidade abrange apenas o caso especial citado inicialmente, ou seja, aquele em que os referenciais são paralelos. Note também, que quando $v \ll c$, ou seja, quando $\beta = \frac{v}{c} \approx 0$ a transformação relativística da velocidade se reduz a transformação clássica ($u'_x = \frac{dx'}{dt'} = u_x - v$).

Escreve-se a equação da velocidade inversa substituindo na equação (12), (13) e (14), u' por u , v por $-v$, que fica da seguinte forma:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} \quad (15)$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + \frac{vu'_x}{c^2})} \quad (16)$$

e

$$u_z = \frac{u'_z}{\gamma(1 + \frac{vu'_x}{c^2})} \quad (17)$$

A dinâmica relativística busca compreender qual a relação existente entre força, energia, massa, quantidade de movimento e outras grandezas dinâmicas a partir de medidas realizadas em referenciais diferentes do mesmo evento. No tópico a seguir aborda-se um dos princípios mais importante da Física clássica: a conservação do momento.

4.1.5 Momento Relativístico

Na Física Clássica a lei da conservação do momento é a mesma em diferentes referenciais, portanto se vários observadores veem uma colisão entre duas partículas, por exemplo, o momento total do sistema é o mesmo antes e depois da colisão. Segundo Tipler e Llewellyn (2006), o momento da mecânica clássica não é conservado na mecânica relativística.

Para compreender essa afirmação é necessário refletir sobre como se caracteriza o momento na Física Clássica, que é o produto da massa pela velocidade, $p = m \cdot v$. Entretanto, para que a lei da conservação continue a ser válida em diferentes referenciais é necessário mudar

a definição clássica. Veja o exemplo de uma colisão isolada entre dois corpos na qual a resultante das forças externas seja zero, para analisar a definição de momento:

Considere uma partícula se movendo com velocidade constante v no sentido positivo do eixo x , pela definição clássica tem-se que:

$$p = m \cdot v = m \frac{dx}{dt} \quad (18)$$

Agora, considere o tempo próprio (τ), ou seja, aquele que é igual para todos os referenciais inerciais de forma que $t = \tau \cdot \gamma$. Como $dt = \gamma d\tau$, que pode ser expressa da seguinte forma:

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \quad (19)$$

Logo, substituindo na equação clássica do momento, obtém-se:

$$p = m \frac{dx}{\frac{dt}{\gamma}} = \gamma m \frac{dx}{dt} = \gamma mv \quad (20)$$

Portanto, o momento relativístico é: $p = \gamma mv$ e ainda, explicitando o fator γ :

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (21)$$

Nota-se que a diferença entre esta equação (21) e a clássica está apenas no fator de Lorentz, entretanto, é possível perceber que o momento relativístico cresce sem limite quando a velocidade se aproxima da velocidade da luz. E ainda, que continua sendo válida para quaisquer referenciais inerciais, isso pode ser verificado para $v \ll c$, quando $\frac{v}{c} \rightarrow 0$ e $\gamma \rightarrow 1$, a equação é compatível com os valores da definição newtoniana do momento, ou seja, $p = m \cdot v$.

Generalizando para forma vetorial o momento $\vec{p}$ fica assim:

Considerando velocidades baixas ($v \ll c$):

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (22)$$

Considerando velocidades altas ($v \approx c$):

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (23)$$

4.2 A Física dos movimentos no espaço tridimensional

Um avião fazendo acrobacias no ar ou uma bola de tênis de mesa durante um jogo podem ocupar diferentes posições no espaço. Para descrever este tipo de movimento, é necessário recorrer a um referencial tridimensional, ou seja, um sistema de coordenadas. Esta seção traz um estudo sobre as grandezas vetoriais: momento linear, posição, velocidade, aceleração, as quais são caracterizadas por sua intensidade ou módulo, direção e sentido. Adotando-se como referencial o sistema de coordenadas cartesianas ou retangulares. E ainda, aborda o conceito de Potência e sua relação com o vetor velocidade.

4.2.1 Momento linear

O momento linear ($\vec{p}$) ou quantidade de movimento de uma partícula é definido como sendo o produto da massa pela velocidade: $\vec{p} = m\vec{v}$. O momento linear é uma grandeza vetorial em que sua direção e sentido coincidem com o da velocidade (YOUNG e FREEDMAN, 2008).

Considere que duas partículas se movendo em sentido contrário possuem a mesma velocidade escalar e o mesmo módulo de momento linear (mv), mas terá diferentes vetores momento linear ($m\vec{v}$), porque a direção e sentido das partículas são diferentes.

De modo geral, o momento linear de uma partícula é expresso em termos dos seus componentes. Portanto, se uma partícula tem velocidade (v_x, v_y, v_z) , as componentes vetoriais de momento linear (p_x, p_y, p_z) , podem ser denominadas de :

p_x : momento linear x

p_y : momento linear y

p_z : momento linear z

E relacionando com a definição, podem se expressa da seguinte forma:

$$p_x = mv_x$$

$$p_y = mv_y$$

$$p_z = mv_z$$

(24)

Sendo a massa m uma grandeza escalar positiva, os vetores $\vec{p}$ e $\vec{v}$ terão sempre a mesma direção e o mesmo sentido. As unidades do módulo momento linear são as unidades de massa vezes a unidade de velocidade, que no SI é kg.m/s.

Pode-se reescrever a segunda lei de Newton “A força resultante (soma vetorial) de todas as forças que atua sobre uma partícula é dada pela derivada do momento linear da partícula em relação ao tempo (YOUNG e FREEDMAN, 2008, p.248)”, relacionando-a com momento linear da seguinte forma:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (25)$$

Com $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{d\tau}$, pode-se substituir na equação 33, obtendo:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{d\tau} \quad (26)$$

Inserindo m na diferencial $\vec{v}$ da equação 33, tem-se que: $\vec{F} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{d\tau}$, que pode ser escrita, assim:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (27)$$

Portando tem-se que a somatória da força resultante é igual a diferencial do momento em relação ao tempo.

4.2.2 Vetor posição e vetor deslocamento

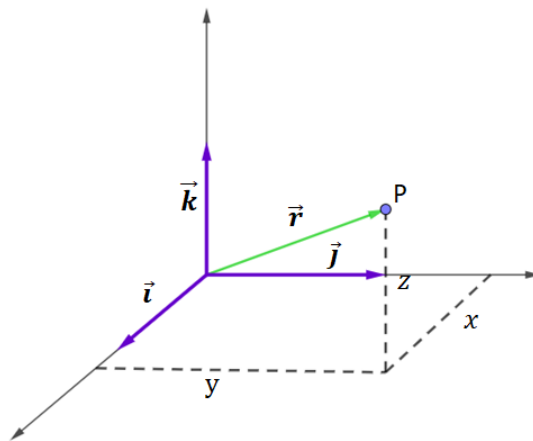
A posição de uma partícula, adotando-se como referencial os eixos cartesianos, pode ser localizada pelas coordenadas de um ponto (x, y, z) e pelo vetor posição $\vec{r}$.

O vetor posição ($\vec{r}$) do ponto P, com coordenadas (x, y, z) é representado com sua extremidade inicial na origem do sistema cartesiano e extremidade oposta na posição da partícula, Figura 3. E expresso da seguinte forma:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (28)$$

Em que $\hat{i}, \hat{j}$ e $\hat{k}$ são vetores unitários e ortogonais entre si, que indicam a direção e seus respectivos sinais indicam o sentido da partícula.

Figura 3- Representação do vetor posição do ponto P no plano cartesiano tridimensional.

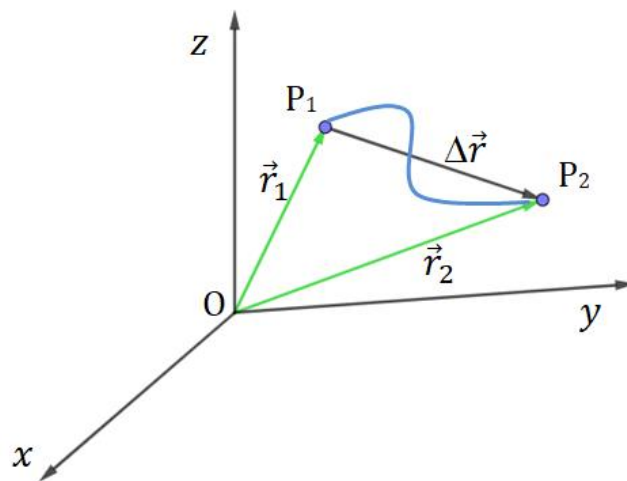


Fonte: Autora, 2019.

Assim, o movimento no espaço tridimensional pode ser decomposto em três movimentos retilíneo que são as projeções da partícula em cada um dos eixos cartesianos.

O vetor deslocamento ($\Delta\vec{r}$) representa a trajetória de uma partícula no decorrer do tempo, ou seja, a variação da sua posição em função do tempo. Considere no tempo t_1 , e a partícula P_1 , com vetor posição $\vec{r}_1$ e no tempo t_2 a partícula se desloca até P_2 , com vetor posição $\vec{r}_2$. Observe a Figura 4.

Figura 4- Representa a trajetória de uma partícula no decorrer do tempo e o vetor deslocamento.



Fonte: Autora, 2019.

O vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$ é a diferença entre os vetores posição $\vec{r}_2$ no instante final e $\vec{r}_1$ no instante inicial.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (29)$$

Usando os vetores unitários e os pontos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ e $P_2(x_2, y_2, z_2)$ pode-se reescrever o vetor deslocamento como:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k} \quad (30)$$

4.2.3 Vetores velocidades

Define-se velocidade média ($\vec{v}_{med}$) como a razão entre o deslocamento de uma partícula e o tempo decorrido para percorrê-lo. Portanto, o vetor velocidade média é o resultado da divisão do vetor deslocamento $\Delta\vec{r}$ pelo intervalo de tempo decorrido, expresso por $\Delta t = t_2 - t_1$.

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (31)$$

A velocidade vetorial média é representada geometricamente como uma reta secante à trajetória, portanto apresenta mesmo sentido e mesma direção do vetor deslocamento. A intensidade do vetor deslocamento é menor que a distância percorrida ao longo de uma curva, exceto quando a partícula se movimenta em linha reta e sem nunca reverter o sentido.

A velocidade vetorial instantânea é definida em intervalo de tempo tendendo a zero, geometricamente é representada pela reta tangente à trajetória em cada ponto da curva. Dessa forma o ângulo entre $\Delta\vec{r}$ e a tangente no início do intervalo se aproxima de zero. Portanto, define-se velocidade vetorial instantânea $\vec{v}$, como o limite do vetor velocidade média quando Δt tende a zero:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (32)$$

Percebe-se que o vetor velocidade instantânea é a derivada do vetor deslocamento em relação ao tempo. E que possui a mesma direção da reta tangente e o sentido é o do movimento da partícula.

Escrevendo o vetor velocidade instantânea em termos das componentes do vetor deslocamento da equação (28). E derivando-a em relação ao tempo, obtém-se a expressão a seguir.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k} \quad (33)$$

$$= v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

Comparando membro a membro a equação (33), têm-se as componentes x, y e z da velocidade: $v_x = \frac{dx}{dt}$; $v_y = \frac{dy}{dt}$ e $v_z = \frac{dz}{dt}$. Sendo a magnitude vetor velocidade expressa por:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (34)$$

4.2.4 Vetores aceleração

O vetor aceleração média de uma partícula é definido como razão entre a variação do vetor velocidade $\Delta \vec{v}$ e o intervalo de tempo transcorrido, Δt , logo tem-se que:

$$\vec{a}_{med} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (35)$$

A aceleração vetorial instantânea definida como o limite do vetor aceleração média, quando Δt tende a zero, ou seja, é a derivada do vetor velocidade em relação ao tempo.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_{med} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (36)$$

Escrevendo o vetor velocidade instantânea em termos das coordenadas retangulares, assim:

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} \quad (37)$$

E diferenciando a equação (37), obtém-se a aceleração instantânea.

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} \\ &= \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \hat{k} \\ &= a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \end{aligned} \quad (38)$$

Em que as componentes do vetor aceleração instantânea são:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad \text{e} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} \quad (39)$$

4.2.5 Potência e velocidade

Potência (P) é definida com a taxa de energia transferida por uma força. E a medida de transferência de energia por uma força é denominada Trabalho. Portanto, $P = \frac{dW}{dt}$. É importante notar a diferença entre potência e trabalho: Se dois motores elevam uma carga até uma dada altura, gastam a mesma quantidade de energia, mas a potência é maior para a força que realiza o trabalho no menor tempo (TIPLER e MOSCA, 2011).

Percebe-se que existe uma relação entre Potência e velocidade. Considere uma partícula se movendo em um pequeno intervalo de tempo dt , com velocidade instantânea $\vec{v}$. Neste intervalo a partícula sofre um deslocamento $d\vec{r} = \vec{v}dt$, portanto o trabalho W realizado pela força $\vec{F}$ que age sobre a partícula, neste intervalo de tempo é:

$$dW = \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{v}dt \quad (40)$$

Substituindo dW por $\vec{F} \cdot \vec{v}dt$, na definição de Potência, pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{v}dt}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (41)$$

De onde, conclui-se que a potência é o produto do vetor força pelo vetor velocidade. Lembrando que assim como o trabalho e a energia, a potência é uma grandeza escalar.

4.3 Limite e derivada na Física dos movimentos

Esta seção descreve uma parte da Física que estuda as relações entre os movimentos, massa e a força e traz um breve estudo sobre os conteúdos de duas de suas divisões: a Cinemática (que trata do movimento) e a Dinâmica (que trabalha com as relações entre o movimento e suas causas). Estes temas foram propostos didaticamente para o Ensino Médio com o uso do Cálculo Diferencial. É necessário, entretanto, explicitar alguns termos físicos utilizados nesse estudo, a considerar que:

- a) O movimento unidimensional é aquele que ocorre por um ponto material sobre uma reta vertical, horizontal ou inclinada;
- b) Partícula é qualquer coisa: uma molécula, um carro, uma pessoa ou até uma galáxia, desde que se possa, dentro de certas hipóteses, ignorar sua estrutura interna, e ainda cuja posição pode ser descrita por um único ponto (Tipler e Mosca, 2011).

Nesta abordagem serão consideradas apenas as intensidades das grandezas posição, velocidade e aceleração para descrever fisicamente o movimento, sejam através de equações Matemáticas ou graficamente.

4.3.1 Posição e deslocamento

O movimento unidimensional de uma partícula pode ser descrito a partir da variação de sua posição em relação a um ponto de referência, uma reta orientada, por exemplo. Com frequência é escolhido à origem como sendo o ponto zero do eixo x e sentindo positivo à direita de zero. Desta forma, os números crescem positivamente para à direita de zero e decresce a esquerda de zero. Quando uma partícula varia sua posição a partir de um ponto inicial x_0 para um ponto final x , em um tempo posterior, isso é chamado de deslocamento e usa-se a letra grega Δ (delta maiúsculo) para representar essa variação. Assim:

$$\Delta x = x - x_0 \quad (42)$$

Não se deve confundir deslocamento com distância percorrida, este último representa o comprimento do percurso ou caminho realizado pela partícula e sempre é uma grandeza positiva. O deslocamento é a variação da sua posição, em que se leva em consideração o sentido positivo ou negativo do eixo de referência e a diferença entre ponto final e inicial de sua trajetória.

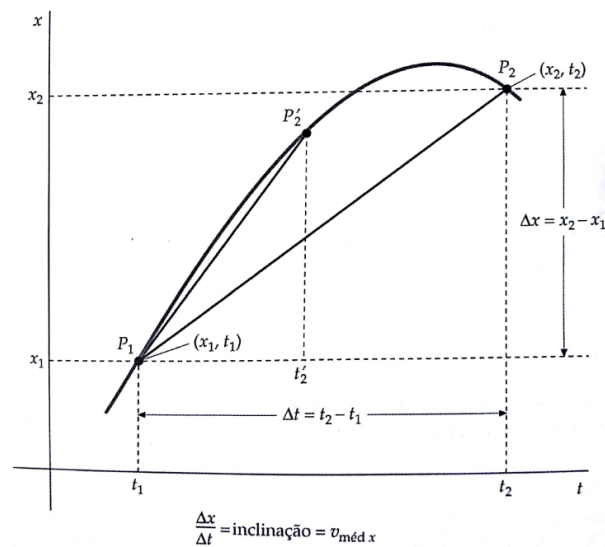
4.3.2 Velocidade média e velocidade escalar média

A velocidade média (v_m) nos revela quão rápido uma partícula está se movendo e o sentido em que ela se move. Ela é definida como a razão entre o deslocamento Δx e o intervalo de tempo Δt . Podendo assumir valores positivos ou negativos, conforme a orientação do deslocamento, positivo quando se move no sentido $+x$ e negativo no sentido contrário $-x$. A unidade de medida de velocidade no Sistema Internacional (SI), é o metro por segundo m/s, mas outras unidades, como quilômetros por hora (km/h), pés por segundo (ft/s) e milhas por hora (mi/h) são comumente usadas. A equação que expressa matematicamente a velocidade média é:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_o}{t - t_o} \quad (43)$$

Graficamente, a velocidade média para um intervalo de tempo $t_0 = t_1$ e $t = t_2$ é a inclinação da reta que liga os pontos (t_1, x_1) e (t_2, x_2) em um gráfico da posição de uma partícula versus tempo.

Figura 5 - Gráfico do movimento unidimensional de uma partícula.



Fonte: Tipler e Mosca (2011, p. 30).

O gráfico x versus t da Figura 5, representa o movimento de uma partícula em uma dimensão. Em que a posição x para um tempo particular t é representado por um ponto na curva. A reta que passa pelos pontos (t_1, x_1) e (t_2, x_2) é a hipotenusa do triângulo de lados Δx e Δt , e a razão $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ é sua declividade ou inclinação (mais conhecida como velocidade).

4.3.3 Velocidade instantânea

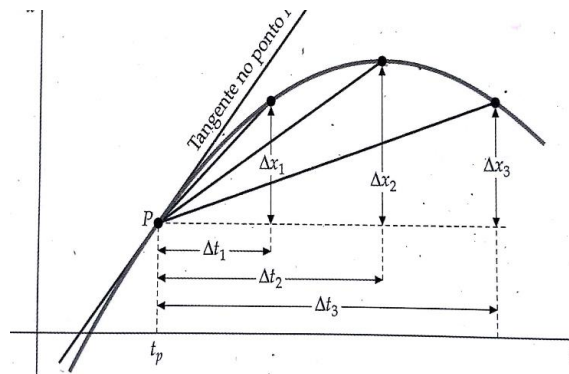
Se o objetivo é descrever cada detalhe do movimento de uma partícula, a velocidade média não cumpre com esse papel, pois ela nos revela o comportamento global em um determinado intervalo de tempo. Portanto, apenas a velocidade média não fornece informação sobre a variação do móvel durante cada instante da sua trajetória, para isso é necessário recorrer à velocidade instantânea. Ao reduzir o intervalo de tempo Δt até torná-lo próximo de zero, com valor cada vez menor, a velocidade média se aproxima de um valor-limite, que é a velocidade instantânea:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (44)$$

Pode-se perceber que v é a taxa com a qual a posição x está variando com o tempo, em um dado instante, em outras palavras, v é a derivada de x em relação à t . Note também que v , em qualquer instante, é a inclinação da curva que representa a posição em função do tempo no instante considerado (Halliday, Resnick e Walker 2008).

A taxa de variação da posição em relação ao tempo e o processo de limite nos fornece a derivada como a velocidade instantânea da partícula, Figura 3.

Figura 6 - Gráfico descreve a velocidade instantânea de uma partícula no movimento



Fonte: Tipler e Mosca (2011, p.33).

No gráfico, Figura 3, nota-se que ao reduzir sucessivamente o intervalo de tempo Δt_3 , Δt_2 , Δt_1 ..., a velocidade média representada pelo segmento de reta secante, de cada intervalo de tempo, é a inclinação da reta para aquele intervalo. Observe também que os intervalos vão se tornando cada vez menores e que estas inclinações se aproximam da inclinação da reta

tangente à curva no ponto de abscissa t_p , define-se essa inclinação como sendo a velocidade instantânea no tempo t_p .

4.3.4 Aceleração

Ao ouvir alguém falar sobre a aceleração, temos a impressão de que a velocidade do móvel está aumentando.

Entretanto, o termo físico não é usado apenas para dizer que algo está mais veloz, mas, para definir a mudança da velocidade no decorrer do tempo.

Assim sendo, ao pisar no acelerador ou frear um carro dizemos que o móvel está sendo acelerado.

Portanto, aceleração é a taxa de variação da velocidade com relação ao tempo.

A aceleração média (a_m), considerando um tempo particular Δt , é definida como a variação da velocidade, Δv , dividida pelo intervalo de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad (45)$$

A unidade de medida no Sistema Internacional (SI) é o metro por segundo ao quadrado, m/s^2 , no qual o sinal + (mais) indica que o movimento está no sentido do eixo escolhido e – (menos) no sentido contrário, ou seja, sentido negativo.

Note que para a_m ser positiva, Δv tem que ser positiva, caso contrário a_m será negativa.

A aceleração instantânea é o limite da razão $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ quando Δt se aproxima de zero, ou seja, o tempo torna-se cada vez menor:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (46)$$

Graficamente, a aceleração em qualquer ponto é a inclinação da curva $v(t)$ nesse ponto. Como a derivada da posição em x em relação a t , nos fornece a velocidade, a aceleração é a derivada de segunda ordem da posição x em relação ao tempo t , $\frac{d^2x}{dt^2}$. Ao escrever a aceleração em termos de $\frac{dv}{dt}$ e substituir dv por $\frac{dx}{dt}$ podemos compreender melhor essa definição:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (47)$$

Pode-se analisar a variação da aceleração usando a derivada (inclinação) para cada ponto da curva $v(t)$. Quando a velocidade é constante a sua derivada é nula, portanto a aceleração também a será.

Se a derivada em um ponto da curva $v(t)$. é positiva (a inclinação positiva), indica que a aceleração é positiva.

Se a derivada (inclinação) em um ponto da curva $v(t)$. é negativa, significa então que a aceleração também é negativa.

4.3.5 Movimento Uniforme

Na agitação do trânsito de veículos das grandes cidades é difícil que os carros mantenham a velocidade constante, entretanto em rodovias, em trechos retilíneos, não é raro que eles consigam manter durante certo tempo a mesma velocidade. Quando isso ocorre, dizemos que o móvel realiza um movimento uniforme (GUIMARÃES, PIQUEIRA e CARRON, 2016).

Na natureza há interessantes exemplos de movimentos uniformes, dentre eles podemos citar a propagação da velocidade da luz no vácuo, do som em meios homogêneos ou do movimento de uma rocha no Universo, desprezando-se o campo gravitacional (DOCA, BISCUOLA e BÔAS, 2016),

Segundo Ramalho, Nicolau e Toledo (2015, p.53) os “movimentos que possuem velocidade escalar constante e não nula são chamados de movimento uniforme”. Isso significa que a velocidade em todos os instantes é a mesma e coincide com a velocidade média. Assim, para intervalos de tempos iguais o móvel percorre distâncias iguais.

Como a velocidade instantânea coincide com a velocidade média em qualquer instante, pode se escrevê-la algebricamente assim:

$$v = v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_o}{t - t_0} \quad (48)$$

Considerando na equação (48) o tempo inicial $t_0 = 0$, temos:

$v = \frac{x - x_o}{t} \rightarrow v \cdot t = x - x_o$, então, isolando $x(t)$ no primeiro membro, vem que:

$$x(t) = x_o + v \cdot t \quad (49)$$

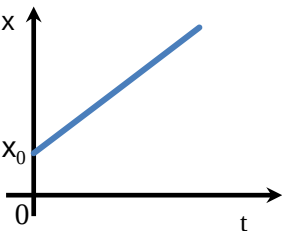
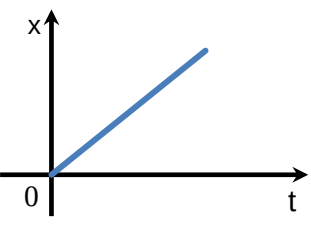
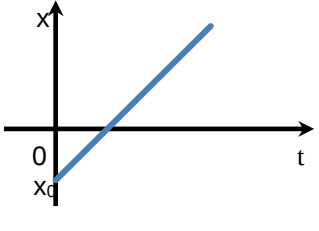
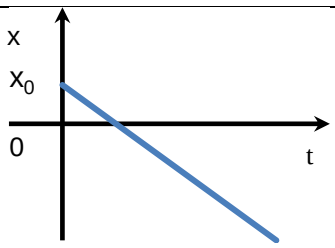
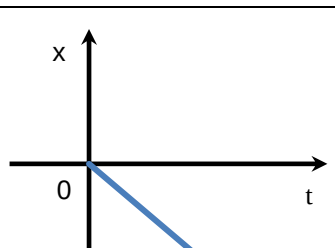
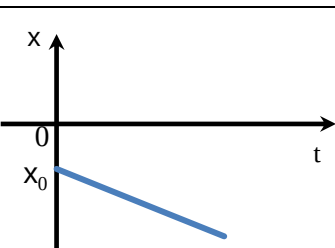
A equação (49) expressa a relação entre posição(x) e tempo(t), que fornece a função horária da posição no Movimento Uniforme.

Nota-se que é uma função do 1º grau, então sua representação gráfica é uma reta.

E se o móvel não varia a sua velocidade, a sua aceleração é zero, ver Figura 7, a seguir.

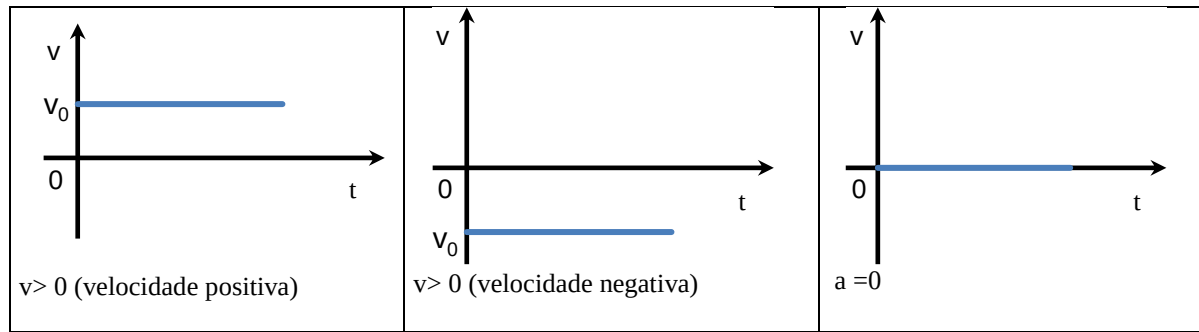
O movimento de uma partícula é caracterizado progressivo quando o ocorre no mesmo sentido da trajetória, caso contrário ele é chamado de retrógrado, conforme ilustrado na Figura 7.

Figura 7 - Representações gráficas da posição, velocidade e aceleração versus o tempo no movimento uniforme.

Representações gráficas de espaço versus tempo no MU no sentido da trajetória: Movimento Progressivo		
 $x_0 > 0$ (espaço inicial positivo) $v > 0$ (velocidade positiva)	 $x_0 = 0$ (espaço inicial nulo) $v > 0$ (velocidade positiva)	 $x_0 < 0$ (espaço inicial negativo) $v > 0$ (velocidade positiva)
Representações gráficas de espaço versus tempo no MU no sentido contrário da trajetória: Movimento Retrógrado		
 $x_0 > 0$ (espaço inicial positivo) $v < 0$ (velocidade negativa)	 $x_0 = 0$ (espaço inicial nulo) $v < 0$ (velocidade negativa)	 $x_0 < 0$ (espaço inicial negativo) $v < 0$ (velocidade negativa)

Continua

Representações gráficas de $v \times t$ e $a \times t$ no MU



Fonte: Autora, 2018.

4.3.6 Movimento Uniformemente Variado

Ao soltar um objeto verticalmente próximo à superfície da Terra, desprezando a resistência do ar ele descreve um movimento de queda com aceleração quase constante, por isso dizemos que esse movimento unidimensional é chamado de uniformemente variado.

Graficamente, é importante notar que a aceleração constante, significa que a velocidade varia uniformemente, portanto, $v(t)$ tem inclinação constante.

Dessa forma $\frac{dv}{dt} = a$. Situações em que a aceleração é constante são frequentes na natureza. Assim sendo, formulou-se um conjunto de equações para lidar com o movimento uniformemente variado, ou seja, com a aceleração constante e diferente de zero.

Partindo do pressuposto que a aceleração é constante e não nula, então a aceleração média e a instantânea são iguais. Pode-se reescrever a equação (45) da aceleração média da seguinte forma:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0}. \quad (50)$$

Sabendo que v_0 é a velocidade inicial no instante $t_0=0$ e v é a velocidade final em um instante de tempo posterior t , tem-se que: $a = \frac{v - v_0}{t}$, fazendo o produto dos meios pelo o produto dos extremos e reorganizando os termos, obtém-se a função horária da velocidade no MUV:

$$v = v_0 + at \quad (51)$$

Logo, $v(t)$ no MUV é uma função linear cuja inclinação é a constante chamada aceleração $\frac{dv}{dt} = a$, eq. (47). Desta forma, a sua representação gráfica é uma reta (Figura 8E).

No movimento com aceleração constante e não nula, a função velocidade é linear, porque é uma função do 1º grau. Isso implica dizer que a velocidade média em qualquer intervalo de tempo ($t_0 = 0$ a um instante posterior t) é a média aritmética da velocidade no

início do intervalo (v_0) com a velocidade no final do intervalo (v). Logo, a velocidade média pode ser escrita assim:

$$v_m = \frac{1}{2}(v_0 + v) \quad (52)$$

Substituindo v_m da equação (43), com $t_0 = 0$ e v por seu valor dado na equação (52), temos que a equação (53) fica,

$$\frac{x-x_0}{t} = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at) \quad (53)$$

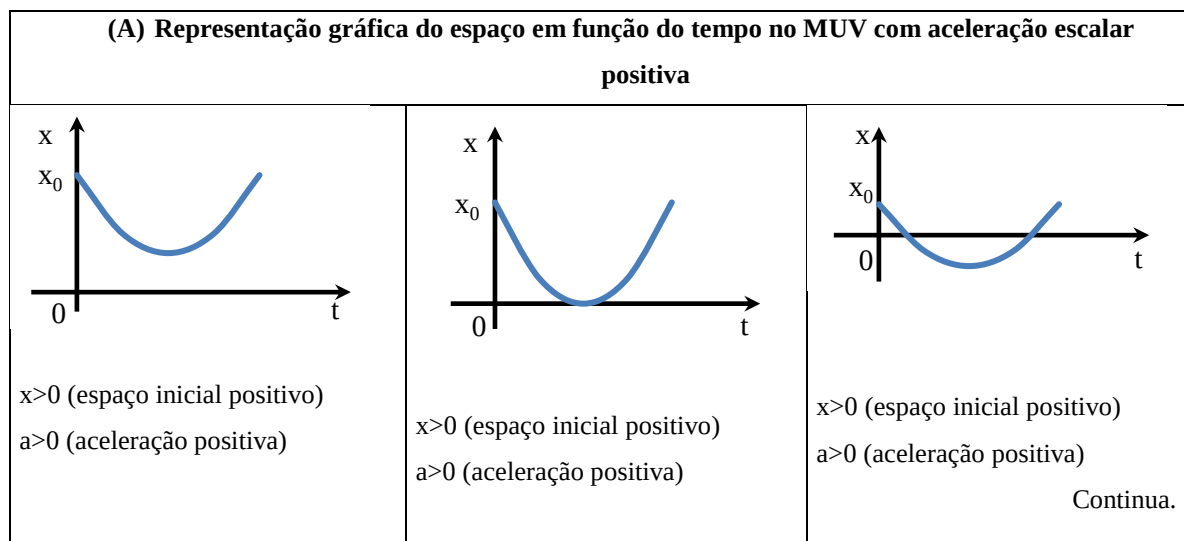
Agrupando os termos, chega-se na função horária da posição no MUV:

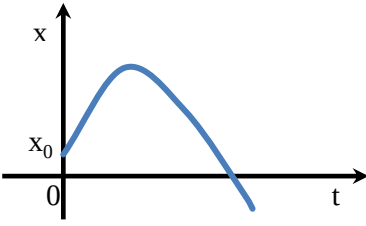
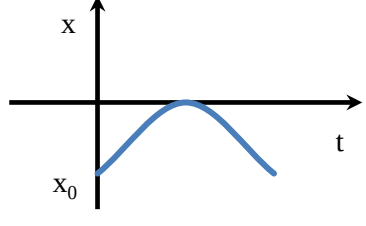
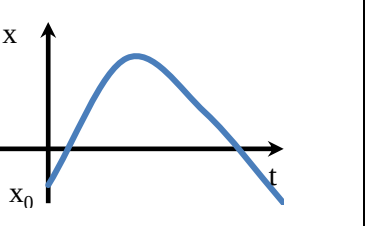
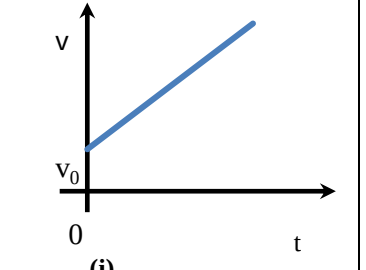
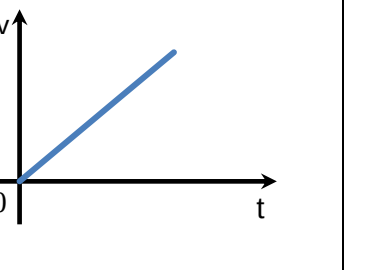
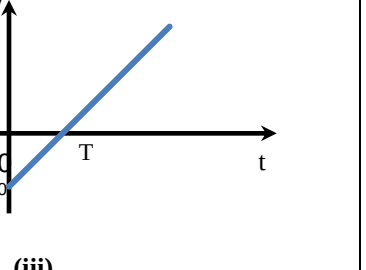
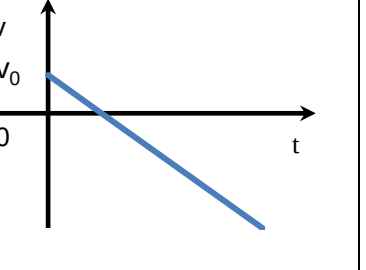
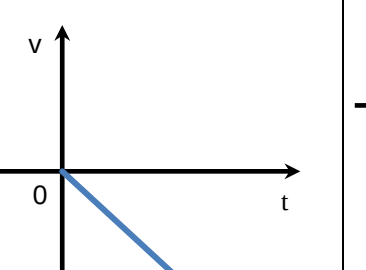
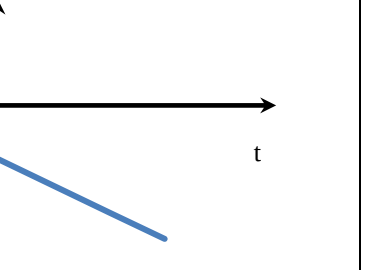
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad (54)$$

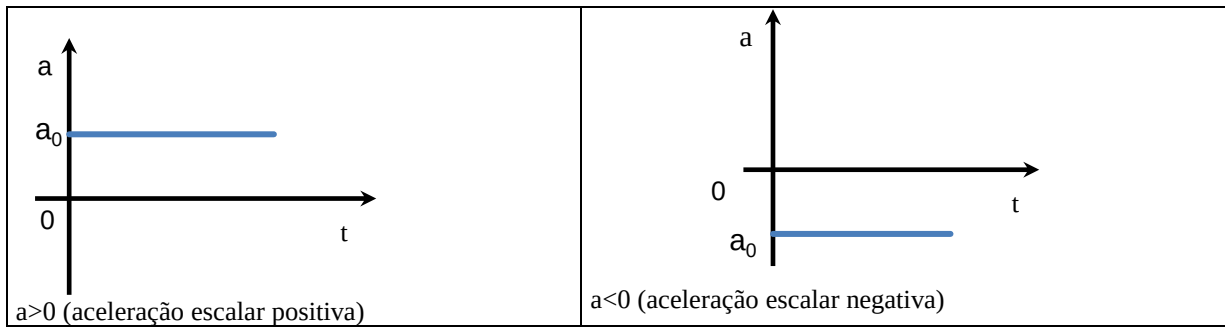
Como a função da posição é quadrática seu gráfico, é uma parábola que apresenta concavidade voltada para cima quando aceleração é positiva, Figura 8A, para baixo quando for negativa, Figura 8B. A derivada da função posição nos revela a velocidade, que graficamente é representada por um segmento de reta Figura 8C e 8D.

O Movimento Uniformemente Variado de uma partícula é considerado acelerado quando o módulo da velocidade escalar instantânea é sempre crescente com o passar do tempo, Figura 8(C-i,ii) e 8(D-v, vi) caso contrário é retardado, ou seja, quando o módulo da velocidade escalar instantânea for sempre decrescente com o passar do tempo, Figura 8(C-iii) e 8(D-iv).

Figura 8 - Representações gráficas do espaço, velocidade e aceleração versus tempo no MUV.



(B) Representação gráfica do espaço em função do tempo no MUV com aceleração escalar negativa		
 $x > 0$ (espaço inicial positivo) $a < 0$ (aceleração negativa)	 $x > 0$ (espaço inicial negativo) $a < 0$ (aceleração negativa)	 $x > 0$ (espaço inicial negativo) $a > 0$ (aceleração negativa)
(C) Representação gráfica da $v \times t$ no MUV com aceleração escalar positiva		
 (i) $v_0 > 0$ (velocidade positiva) Movimento acelerado	 (ii) $v_0 = 0$ (velocidade inicial nula) Movimento acelerado	 (iii) $V_0 > 0$ (velocidade inicial negativa) Movimento retardado até o instante T ($v < 0$) e acelerando após o instante T ($v > 0$).
(D) Representação gráfica da $v \times t$ no MUV com aceleração escalar negativa		
 (iv) $v_0 > 0$ (velocidade inicial positiva) Movimento retardado até o instante T ($v < 0$) e acelerando após o instante T ($v > 0$)	 (v) $v_0 = 0$ (velocidade inicial nula) Movimento acelerado	 (vi) $v_0 < 0$ (velocidade inicial negativa) Movimento acelerado
Continua.		
(E) Representação gráfica da $a \times t$ no MUV		



Fonte: Autora, 2018.

Nas funções do MUV, vistas anteriormente, foram consideradas as relações entre o espaço (s), o tempo (t) e a velocidade (v). Entretanto, pode-se buscar uma expressão que relacione o espaço(s) e a velocidade (v), ou seja, uma função não horária. Para isso, considere as equações horárias da posição e da velocidade em um tempo $t_0=0$ e aceleração $a \neq 0$, na demonstração a seguir.

$$x = x_o + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2, \text{ equação (54).}$$

$$v = v_0 + a t, \text{ equação (51)}$$

Agora, isolando t na equação da velocidade, obtém-se: $t = \frac{v-v_0}{a}$, substituindo-a na equação horária da posição, vem que:

$$x = x_o + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 \quad (55)$$

$$x - x_o = v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 \quad (56)$$

Como $\Delta x = x - x_o$ e desenvolvendo a expressão 53, obtém-se:

$$\Delta x = \frac{2v v_0 - 2v_0^2}{2a} + \frac{a(v^2 - 2v v_0 + v_0^2)}{2a^2} \quad (57)$$

Reduzindo os termos semelhantes, vem que:

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad (58)$$

Reorganizando os termos, a expressão fica escrita da seguinte forma:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (59)$$

A expressão obtida é conhecida como equação de Torricelli e uma boa alternativa para ser utilizada em situações que não envolvem a variável tempo

4.3.7 Potência

Potência instantânea é um assunto que faz parte do cotidiano dos alunos: em seus lares no uso dos aparelhos elétricos (ventilador, lâmpadas, televisão e outros), em suas falas “aquele ciclista é potente”, “O carro é potente”, ou seja, trazem consigo ideia intuitiva sobre o tema, mas que diferem do conceito científico.

A Potência é tópico de uma parte da Mecânica conhecida como Dinâmica, que Tipler e Mosca (2011, p.181) definem como “a taxa na qual uma força realiza trabalho”. Considere que uma força realiza um trabalho W em um intervalo de tempo Δt , a potência média aplicada durante esse intervalo de tempo é obtida por:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} \quad (60)$$

A Potência instantânea p é “a taxa de variação instantânea com a qual o trabalho é realizado”, que pode ser escrita da seguinte forma:

$$p = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t} \quad (61)$$

No SI a unidade utilizada para potência é o Joule por segundo, mas é comum o uso de Watt (W), em homenagem a James Watt, por sua contribuição para aumentar a potência das máquinas a vapor.

Outras unidades para potência é pé-libras por segundos e o horse-power (ambos os sistemas são britânicos).

As unidades de potências podem ser relacionadas da seguinte forma. $1\text{Watt} = 1\text{W} = 1\text{J/s} = 0,738 \text{ ft}\cdot\text{lb/s}$ e $1 \text{ horsepower} = 1\text{hp} = 550 \text{ ft}\cdot\text{lb/s} = 746\text{W}$.

Nota-se que o trabalho pode ser expresso como o produto da potência pelo tempo, e a unidade é $\text{W}\cdot\text{s}$ no SI. O quilowatt-hora na prática é muito usado.

Portanto, é importante saber a relação entre o quilowatt-hora e o joule: $1 \text{ quilowatt-hora} = 1\text{kW}\cdot\text{h} = (10^3) \times (3600\text{s}) = 3,60 \times 10^6 \text{ J} = 3,60 \text{ MJ}$.

5 METODOLOGIA

Este trabalho consiste em um relato qualitativo de caso de caráter exploratório, com relação aos métodos para análise e levantamento dos dados, visando responder a seguinte indagação: “Os livros didáticos de Física trazem o uso de limites e derivadas em conceitos aplicados a Física no Ensino Médio. Por que esses conhecimentos matemáticos, na maioria das vezes, são ignorados pelos professores ao ensinar Física para os alunos?”.

5.1 Estudo de caso

A análise dos dados requer procedimentos rigorosos e que respondam à questão da pesquisa. O estudo de caso como estratégia de pesquisa pode ser usado para analisar casos únicos ou múltiplos de uma realidade contemporânea e visa à compreensão integral dos fenômenos. O estudo de caso busca responder questões do tipo “como” e “por que” são mais explanatórias, e como essas questões lidam com ligações operacionais que necessitam serem traçadas ao longo do tempo, em vez de serem encaradas como meras incidências (Yin 2005, p.25).

O estudo de caso ao seguir uma lógica de planejamento prioriza as circunstâncias e o problema da pesquisa e não o comprometimento ideológico que é seguido em qualquer circunstância. Ao definir estudo de caso Yin (2005) apresenta duas definições técnicas:

- a) Um estudo de caso é uma investigação empírica que
 - investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando
 - os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos.
- b) A investigação do estudo de caso
 - enfrenta uma situação tecnicamente única em que haverá muito mais variável de interesse do que pontos de dados, e como resultado,
 - baseia-se em várias fontes de evidências, com os dados precisando convergir em um formato de triângulo, e, como outro resultado,
 - beneficia do desenvolvimento prévio de proposições teóricas para conduzir a coleta e análise de dados (YIN, 2005, p. 32-33).

Dessa forma, usa-se o estudo de caso quando o pesquisador quiser lidar com condições contextuais e que acredita ser altamente pertinente ao seu estudo.

Contudo, um fenômeno e um contexto nem sempre são discerníveis em situações reais, dessa forma um estudo de caso considera outras características técnicas, segundo Yin (2005) a

coleta de dados e as estratégias de análise de dados devem considerar a segunda parte de sua definição técnica.

Portanto, o estudo de caso é uma “estratégia de pesquisa abrangente”, pois trata da lógica de planejamento, das técnicas de coleta de dados e das abordagens específicas para a análise deles.

5.2 Levantamentos dos dados

A coleta de dados desta pesquisa foi realizada depois da aprovação do Comitê de Ética/UFT para sua execução, conforme parecer número 2.702.607, de 08 de junho de 2018. Com esta finalidade foram utilizados dois instrumentos para o levantamento das informações.

O primeiro, um questionário com 11 (onze) questões aplicadas aos professores de Física, com o objetivo de explorar a visão deles sobre a utilização do Cálculo Diferencial para ensinar os conceitos básicos de Física no Ensino Médio, e da relevância desse conhecimento matemático como facilitador para assimilação dos conteúdos físicos nesse nível de ensino.

E também, compreender os desafios que eles enfrentam para aplicar as ideias básicas do Cálculo em sala de aula. Essas informações influenciaram a elaboração das transposições didáticas, construídas utilizando metodologias diversificadas de ensino e aprendizagem, as quais estão presentes no produto educacional.

No referido questionário foram considerados três aspectos importantes da formação do professor: a formação acadêmica, a prática docente e a formação continuada. O instrumento de coleta de dados ficou dividido da seguinte forma:

- Parte A, Quadro 2, que trata da formação acadêmica do docente, composta de 6 (seis) questões que visam conhecer a graduação do professor, a participação em curso de especialização e suas experiências com o Cálculo Diferencial no decorrer dessa fase;

Quadro 2 - Questões sobre a formação acadêmica do professor.

A. FORMAÇÃO ACADÊMICA
Questão 1: Qual o seu curso de graduação?
Questão 2: Qual o nível mais elevado de educação formal que você concluiu?
Questão 3: Você cursou a graduação em instituição pública ou privada?
Questão 4: Você cursou a disciplina de Cálculo no curso de graduação?
Questão 5: Na disciplina de cálculo, você vivenciou práticas metodológicas inovadoras e significativas para a aprendizagem dos conteúdos de Física?
Questão 6: De acordo com o seu grau de conhecimento sobre o cálculo diferencial você considera que é: Regular, bom, ótimo.

Fonte: Autora, 2018.

- A parte B, Quadro 3, que contém 4 (quatro) questões direcionadas com o intuito de obter informações sobre o local de trabalho do professor, o tempo de serviço em sala de aula e suas expectativas sobre a utilização do Cálculo no Ensino Médio;

Quadro 3 - Questões sobre prática docente do professor participante.

B. PRÁTICA DOCENTE
Questão 7: A instituição de ensino que você trabalha é estadual, federal ou privada?
Questão 8: Há quanto tempo você ministra aulas de Física no Ensino Médio?
Questão 9: Você faz uso do cálculo diferencial nas aulas de Física no Ensino Médio? Caso a resposta seja sim: Quais os conteúdos? Caso seja não: justifique.
Questão 10: Você considera que o ensino de Cálculo Diferencial no Ensino Médio pode auxiliar o professor a melhorar o desempenho e o interesse dos alunos pelos conteúdos de Física?

Fonte: Autora, 2018.

- A parte C, Quadro 4, última parte do instrumento de coleta de dados, tem como objetivo investigar a participação do professor em formação continuada em serviço e os órgãos que ofertaram a capacitação.

Quadro 4 - Questões sobre a formação continuada do professor participante

C. FORMAÇÃO CONTINUADA
Questão 11: Você participou de alguma formação continuada em serviço, exceto pós-graduação <i>latu sensu e strictu sensu</i> , tais como oficina, palestra ou seminário voltados para o ensino de Física nos últimos 2 (dois) anos? Qual instituição ou órgão foi responsável pela formação?

Fonte: Autora, 2018.

O questionário foi aplicado no dia 28 de setembro de 2018 para 8 (oito) alunos do curso de pós-graduação *stricto-sensu* de mestrado em ensino de Física da Universidade Federal do Tocantins (UFT) no campus de Araguaína.

Além da UFT, o questionário para o levantamento das informações, também foi aplicado para 2 (dois) professores que ministram aulas de Física no Colégio de Aplicação de Araguaína, que faz parte da rede estadual de ensino público do Tocantins.

Todos os 10 (dez) participantes da pesquisa são professores que lecionam, há mais de um ano, aulas de Física na 1ª série do Ensino Médio da rede básica de ensino do Tocantins.

O segundo instrumento para o levantamento de dados da pesquisa, foram às aulas ministradas em sala utilizando as sequências didáticas, construídas com a abordagem do Cálculo Diferencial para ensinar os tópicos de Física que envolvem a Cinemática e a Dinâmica para os alunos da 1ª série do Ensino Médio do Colégio de Aplicação.

5.3 O produto educacional

O produto educacional foi intitulado de Sequências didáticas de Cinemática e Potência com o Cálculo Diferencial no Ensino Médio, e tem a finalidade de subsidiar a prática pedagógica do professor a partir de transposições didáticas, utilizando os conceitos do Cálculo Diferencial no ensino de alguns tópicos da Mecânica. E propiciar ao educando uma aprendizagem significativa do estudo dos movimentos, aplicando como conceitos estruturantes da Física as ideias de limites e derivada na compreensão desse fenômeno.

O material didático constituiu-se de textos que abrangem a importância do Cálculo no Ensino Médio, a fundamentação teórica adotada, os conceitos dos diferentes tipos de

metodologias que podem ser exploradas para ensinar Física e as noções de limites e derivadas de maneira simples, sem a rigidez do uso dos deltas e épsilons. Traz sugestões de três SD diversificadas e interativas, com uso de tecnologias digitais para trabalhar a Física em sala de aula: Música, Modelagem Matemática e a Jogos Educacionais.

No tópico inicial do Produto Educacional, denominado **Cálculo no Ensino Médio** faz-se uma abordagem do uso de limites e derivadas para a aprendizagem dos conceitos das funções básicas do movimento da Física nesse nível de ensino.

Apresenta-se a visão de autores como Rezende (2003), Ávila (1991) e Machado (1993) sobre a inserção do Cálculo Diferencial na educação básica, visando facilitar a aprendizagem dos alunos dos conteúdos de Cinemática e Potência, com a utilização desse conhecimento matemático, potencialmente significativo para compreensão do movimento.

Na segunda parte discorre-se sobre a **Fundamentação Teórica** que norteou o desenvolvimento das Sequências Didáticas (SD), a partir das concepções epistemológicas do cognitivismo de David P. Ausubel e de sua teoria de aprendizagem significativa. Abordando a definição desta teoria e de seus conceitos relevantes e de suas implicações para a aprendizagem, enfatizando quais os papéis dos protagonistas da educação na construção do conhecimento.

Apresentam-se também as ideias de Edgar Dale e o cone de experiências, na expectativa de focar os resultados de suas pesquisas no processo de retenção da informação na memória, de acordo com o contato do indivíduo com o novo conhecimento, e no o impacto e das formas diversificadas de sua origem.

Na seção de **Metodologias Alternativas para o Ensino de Física** são apresentadas a Música, a Modelagem Matemática e os Jogos Educacionais como recursos metodológicos para facilitar a aprendizagem dos conteúdos de Física de maneira mais interativa e interessante para o professor e o aluno.

Faz-se uma explanação do potencial de cada um desses recursos didáticos, apresentando um breve roteiro das SD elaboradas com aplicação dos três tipos de metodologias, aliadas ao uso das tecnologias da informação e comunicação (TIC's).

Os conceitos de limite e derivada são discutidos na parte denominada **Cálculo Diferencial**, por meio da aplicação dessas operações Matemáticas, na definição de velocidade instantânea e nos movimentos: Variado, Uniforme e Uniformemente Variado.

A seção inicia-se com o desenvolvimento da ideia intuitiva de limite propondo uma situação-problema sobre velocidade instantânea e como encontrá-la através de cálculos com aproximações infinitesimais do tempo.

Em seguida, utiliza-se de recursos algébricos, como produtos notáveis e fatoração, para validar os cálculos realizados por aproximações. O conceito de derivada é explorado através do gráfico da função horária da posição no MUV e da interpretação do limite da tangente do coeficiente da reta secante sobre essa curva, quando o tempo tende a zero.

Apresenta algumas técnicas de derivação e a notação de Leibniz para derivada. Esta parte, ainda traz exemplos resolvidos da aplicação das regras de derivação, de cálculos tradicionais para obter-se a velocidade e a aceleração de uma partícula que descreve diferentes tipos de movimento.

As **Sequências Didáticas (SD)** presentes na sexta parte do produto educacional foram elaboradas tendo como foco a aprendizagem de alguns conteúdos da Cinemática e da Dinâmica, estruturando os seus conceitos a partir do Cálculo Diferencial com base na teoria da aprendizagem significativa.

Desta forma, na construção das SD contemplaram-se três aspectos importantes relacionados com essa teoria cognitivista: o de conhecimento prévio, visando investigar o conhecimento do aluno sobre o assunto, explorado na seção construção do sentido e do significado do conteúdo; o de sistematização do assunto, na segunda seção, intitulada de apresentação dos conteúdos; e o de avaliação da aprendizagem na terceira parte, denominada verificação da aprendizagem, conforme pode ser percebido no Quadro 5, a seguir.

Quadro 5 - Etapas da aprendizagem significativa presentes nas sequências didáticas.

SEÇÃO	SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS (SD)		
	1	2	3
1º Parte: Construção do sentido e do significado do conteúdo	Vídeo da música de 120...150...200Km/h de Roberto Carlos	Diálogo explorando a história e o senso comum sobre a queda livre dos corpos.	Aplicação do Jogo quiz <i>kahoot</i> para investigar o conhecimento empírico sobre Potência.
2ª Parte: Apresentação dos conteúdos	Paradoxo da velocidade: limites, derivadas, tabelas, gráficos e infinitésimos.	Experimento de queda livre: <i>softwares Tracker</i> , tabelas e gráficos.	Potência e seu significado a partir do <i>quiz</i> .
3ª Parte: Verificação da Aprendizagem	Atividades de aplicação do conhecimento	Atividades de aplicação do conhecimento	Jogo de carta de adivinhação

Fonte: Autora, 2018.

No Quadro 5 as estratégias metodológicas de ensino e aprendizagem de Música, Modelagem Matemática e Jogos Educacionais, foram identificadas respectivamente com os

números 1, 2 e 3, e descreve como foi abordado cada um dos três aspectos sobre aprendizagem significativa contemplados nas SD.

Sequência Didática 1: **Música e a noção de limites e derivadas**. Esta sequência didática iniciou-se com a música de Roberto e Erasmo Carlos 120..150...200 km/h para explorar o conhecimento prévio dos alunos em relação ao tema a ser estudado. Na apresentação dos conteúdos, foram propostas questões relacionadas à letra da música e aos conhecimentos de Física sobre grandezas, referencial e a ideia de velocidade instantânea.

No decorrer desta sequência, o professor é convidado a utilizar os exemplos sobre limite e derivada, resolvidos na seção de **Cálculo Diferencial** e aplicá-los aos alunos. O roteiro para o desenvolvimento das atividades foi organizado a partir das seguintes sugestões:

- a) A discussão do paradoxo de velocidade instantânea;
- b) A proposição de uma questão para descobrir a velocidade instantânea dada à função horária da posição, caracterizada por um polinômio do 3º grau;
- c) A utilização da equação de velocidade média, como estratégia para resolver o problema, considerando dois instantes: o primeiro igual ao que se deseja encontrar a velocidade instantânea; e o outro valor, considerando um intervalo de tempo de 2h;
- d) A proposição da diminuição do intervalo de tempo entre os instantes escolhidos, com a organização e análise dos resultados dos cálculos em uma tabela, no qual os alunos são instigados a preenchê-la. Veja Quadro 6, a seguir.

Quadro 6 - Registra a generalização da velocidade média para um ponto qualquer.

t	t ₀	Variação do Tempo Δt	Velocidade (km/h) $vm = \frac{(t_0 + \Delta t)^3 - (t_0)^3}{\Delta t}$
4	2	2	
3	2	1	
2,1	2	0,1	
2,01	2	0,01	
2,001	2	0,001	

Fonte: Autora, 2018.

- e) A generalização da equação da velocidade média para um intervalo de tempo Δt cada vez menor, tendendo a zero. (Veja Quadro 7).

Quadro 7 - Registra a generalização da velocidade média.

Acréscimo infinitesimal Δt	t_0	$\Delta t = t_0 - t$	Generalização
$(2+\Delta t)$	2	$(2 + \Delta t) - (2)$	$\frac{(2 + \Delta t)^3 - (2)^3}{\Delta t}$

Fonte: Autora, 2018.

- f) A redução dos termos na forma generalizada da velocidade média, com aplicação de cálculos algébricos.

$$\begin{aligned}
 v_m &= \frac{s(2 + \Delta t) - s(2)}{\Delta t} = \frac{(2 + \Delta t)^3 - (2)^3}{\Delta t} \\
 &= \frac{8 + 12\Delta t + 6\Delta t^2 + \Delta t^3 - 8}{\Delta t} \\
 &= 12 + 6\Delta t + \Delta t^2
 \end{aligned} \tag{62}$$

- g) A explicação da notação de limite e da sua aplicação na equação reduzida da velocidade média, para obter a velocidade instantânea, fazendo o intervalo de tempo infinitesimal, ou seja, um número muito pequeno, que pode ser representado por Δt tendendo à zero.

$$\begin{aligned}
 v_{\text{inst}} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 12 + 6\Delta t + \Delta t^2 \text{ (elimina-se os termos com } \Delta t, \text{ pois, tendem a zero)} \\
 v_{\text{inst}} &= 12 \text{ km/h ou no SI,} \\
 v_{\text{inst}} &\cong 3,33 \text{ m/s}
 \end{aligned} \tag{63}$$

Encerra-se essa sequência didática com a proposição de atividades para verificação da aprendizagem.

Sequência Didática 2: **Modelagem Matemática e aplicação das regras de derivação.** Nesta sequência, usa-se o *software Tracker* e a Modelagem Matemática para estudar o MUV de queda livre, com o objetivo de possibilitar a compreensão pelos alunos dos parâmetros físicos de uma equação a partir do experimento de queda livre.

Sequência Didática 3: **Jogos educacionais e o Ensino de Potência** tem como principal preocupação oferecer ao professor um recurso tecnológico interativo para ser utilizado em suas aulas de forma simples e atrativa.

Neste intuito, inicia-se a sequência didática sugerindo um jogo na plataforma *web quiz kahoot* com 8 (oito) questões envolvendo os tópicos de potência, trabalho e energia. As questões foram elaboradas pela autora de modo a explorar o conhecimento espontâneo dos alunos sobre o assunto.

No decorrer desta sequência, o conceito de potência e potência instantânea é explicado de maneira sistematizada utilizando o conhecimento empírico apresentado pelos estudantes sobre o tema através do jogo.

A sequência foi encerrada com um jogo de cartas sobre o assunto, em que o aluno tem a oportunidade de adivinhar, a partir de 5 (cinco) dicas, qual o título da carta relacionado com a temática.

5.3.1 Aplicação do Produto

O local escolhido para serem aplicadas as Sequências Didáticas (SD) sobre uso do Cálculo Diferencial para ensinar as funções básicas de Física no Ensino Médio, que integram o Produto Educacional, foi o Colégio de Aplicação de Araguaína, por ser a instituição de ensino na qual trabalha a autora. As SD foram ministradas no período de 14 (quatorze) aulas, cada uma com duração de 50 (cinquenta) minutos, na 1ª série do Ensino Médio, que conta com 25(vinte e cinco) alunos matriculados no turno matutino.

A execução do produto em sala de aula iniciou-se depois do parecer de aprovação do Comitê de Ética da UFT. Mas, não foi possível aplicá-lo no primeiro semestre, período letivo previsto para ministrar o conteúdo cinemático presente nas SD. Assim, para aplicar o Produto Educacional em tempo hábil para conclusão desta pesquisa a autora conversou com os colegas professores de outras disciplinas que se dispuseram a ceder suas aulas para a aplicação das SD no segundo semestre de 2018.

Entretanto, no decorrer do ano letivo se o professor desejar incluir as SD no seu planejamento de aula, não terá nenhum problema quanto à viabilidade do tempo se inseri-las de acordo com o conteúdo de Física-Mecânica exigido para o bimestre.

A aplicação do produto ocorreu na “Semana de Fortalecimento da Aprendizagem” que se iniciou no dia 25 de setembro e terminou no dia 10 de outubro 2018, período em que os

alunos estavam realizando trabalhos, gincanas, avaliação de recuperação e envolvidos em atividades das diferentes disciplinas que compõem o currículo do Ensino Médio.

No dia 25/10/2018 durante os três primeiros horários de aula teve início *in loco* a aplicação da primeira sequência didática. Foi instalado o projetor e realizou-se a apresentação para os alunos do produto educacional de seus objetivos e do seu cronograma de desenvolvimento. Explicou-se também, que eles receberiam uma ficha de acompanhamento das aulas a qual deveriam preencher de acordo com as orientações metodológicas da professora e que ainda, seriam avaliados durante todo o processo e ao final realizariam uma avaliação escrita.

Em seguida, os alunos assistiram ao vídeo/áudio da música de 120...150...200 km/h de Roberto Carlos, solicitou-se que eles preenchessem a ficha de acompanhamento da aula, na qual constava questões envolvendo identificação de grandezas, referencial, velocidade instantânea e construção de tabela. Esta primeira atividade permitiu realizar um diagnóstico do conhecimento empírico dos alunos sobre o assunto. À medida que as duplas preenchiam as questões a professora os instigavam a verbalizarem a resposta que elaboraram entre eles e depois comparavam com as de outras duplas, visando obter a resposta correta com a observação dos erros e acertos do grupo.

Os alunos foram convidados a acompanhar a resolução no quadro de uma questão sobre velocidade instantânea e o Movimento Variado (MV). Foi proposta uma função horária do espaço no MV, representada por um polinômio do terceiro grau.

“Considere um móvel com função horária $s(t) = t^3$, $t > 0$. Encontre a velocidade em km/h desse móvel no instante $t=2h$.”

Iniciou-se a resolução indagando aos alunos qual é a equação da velocidade média. E a partir da resposta eles foram informados que esta equação seria utilizada para encontrar a velocidade média em um intervalo de hora próximo ao instante desejado.

Sugeriu-se então, um intervalo de 2h, considerando os instantes 2h e 4h. Os alunos acompanharam o cálculo desenvolvido na lousa para este intervalo de tempo e anotaram na ficha de aula. Depois, eles foram instigados a preencher uma tabela tornando esse intervalo de tempo cada vez menor, conforme mostra o Quadro 8, a seguir.

Quadro 8 – Registra os valores da velocidade média conforme o intervalo de tempo tende a zero.

t (h)	t ₀ (h)	Variação do Tempo (h) Δt	Velocidade (km/h) $v_m = \frac{(t_0 + \Delta t)^3 - (t_0)^3}{\Delta t}$
4	2	2	28
3	2	1	19
2,1	2	0,1	12,61
2,01	2	0,01	12,0601
2,001	2	0,001	12,006001
...	2	...	...
(2+ Δt)	2	(2 + Δt)- (2)	$\frac{(2 + \Delta t)^3 - (2)^3}{\Delta t}$

Fonte: Autora, 2018.

Na resolução da questão foi permitido o uso de calculadora para facilitar e diminuir o tempo na realização dos cálculos com os números decimais. Veja abaixo como uma dupla calculou a velocidade média em dois intervalos de tempo próximo do instante 2h.

- Fazendo $t_0 = 2$ h e $t=2,1$ h

$$\begin{aligned}
 vm &= \frac{s(2,1) - s(2)}{2,1 - 2} \\
 &= \frac{2,1^3 - 2^3}{0,1} \\
 &= \frac{9,261 - 8}{0,1} \\
 &= \frac{1,261}{0,1} \\
 &= 12,61
 \end{aligned}$$

(64)

- Fazendo $t_0 = 2$ h e $t=2,001$ h

$$\begin{aligned}
 vm &= \frac{s(2,001) - s(2)}{2,001 - 2} \\
 &= \frac{2,001^3 - 2^3}{0,001} \\
 &= \frac{8,012 - 8}{0,001} \\
 &= \frac{0,012}{0,001} \\
 &= 12,00
 \end{aligned}$$

(65)

As equações (64) e (65) nos revela que a dupla realizou os cálculos corretamente e que a velocidade se aproxima de 12 quando o intervalo de tempo tende a zero.

Alguns alunos solicitaram a orientação da professora para desenvolver os cálculos, outros apenas para confirmarem se a solução estava correta. Observou-se que os aprendizes tiveram dificuldades para utilizar a calculadora, especialmente ao trabalhar com o ponto separador das casas decimais, e com a ordem de resolução das operações Matemáticas.

Um aluno perguntou “*Por que quando divido este número 0,12 por 0,01 dá 12?*”. A professora respondeu que o divisor pode ser escrito na forma de fração $0,01 = \frac{1}{100}$, conforme a regra da divisão de frações, e que neste caso, $\frac{0,12}{0,01}$ deve-se repetir a primeira fração e multiplicá-la pelo o inverso da segunda fração.

Logo, esse 100 (denominador) multiplicará o (numerador) 0,12, o que levará a resposta percebida no visor da calculadora.

Na última linha da tabela, é indicado um intervalo de tempo qualquer, representado por Δt , para preenchê-la a professora realiza no quadro os cálculos com a colaboração dos alunos.

A partir da tabela, os alunos foram questionados sobre o que eles perceberam em relação à velocidade média e o tempo? Qual seria um bom “chute” para velocidade instantânea? Alguns responderam 12 km/h. Por que esse seria um bom “chute”? A resposta foi que “*o tempo (intervalo) estava ficando menor e a velocidade estava perto de 12km/h*”. Então foi proposto usar a operação de limites para tornar esse tempo infinitesimal e ter certeza da resposta.

A velocidade instantânea, a partir desse momento, foi apresentada ao grupo como o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo tende a zero. Então, foi explicado aos alunos a notação de limite e realizou-se o cálculo para completar a última linha da tabela.

Na resolução, utilizou-se o produto notável (o cubo da soma de dois termos) e fatoração (fator comum em evidência) tópicos da Matemática estudados no oitavo ano do Ensino Fundamental, conforme Referencial Curricular do Ensino Fundamental das Escolas Públicas do Estado do Tocantins (2009).

Após reduzir a função da velocidade média para modelar a situação proposta aplicou-se a operação de limite para descobrir a função da velocidade instantânea.

Em seguida, substituiu-se a variável de tempo para o instante 2h, na função da velocidade, efetuaram-se os cálculos, confirmando assim, que a velocidade instantânea é realmente 12 km/h para o instante 2h.

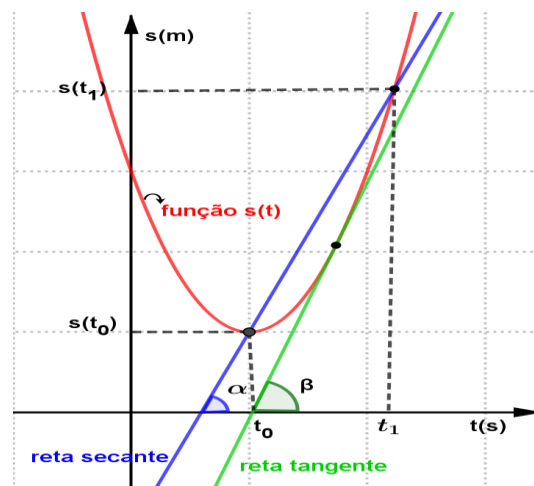
Alguns alunos ficaram impressionados como aquele cálculo “complexo” poderia ter chegado à mesma solução construída na tabela. Entretanto, ocorreu de alguns acharem mais

fácil o método de escolher um intervalo de tempo cada vez mais próximo de zero para encontrar a velocidade instantânea.

Foram necessárias três aulas para desenvolver essa primeira parte da Sequência Didática e, ao final, os alunos devolveram a ficha de acompanhamento da aula preenchida.

Na segunda parte da sequência didática, realizada no dia 02/10/2018, a ficha de acompanhamento da aula foi entregue aos alunos e estes foram convidados a analisar o gráfico da função horária do espaço do Movimento Uniformemente Variado (MUV) e a interceptação da reta secante e da reta tangente a este gráfico, conforme a Figura 9, a seguir.

Figura 9 - Gráfico com retas secante e tangente ao gráfico posição(s) versus tempo (t).



Fonte: Autora, 2018.

Foram realizadas perguntas sobre a diferença entre as retas em relação à curva. Os alunos responderam que a reta secante “toca” à curva em dois pontos e a tangente em apenas um ponto.

Entretanto, essa interpretação da reta tangente precisa ser ajustada, pois existem outras retas que interceptam a curva em apenas um ponto e isso não a torna uma reta tangente. Explicou-se para a classe que a reta tangente “toca” à curva em apenas um ponto, mas esta reta é a que melhor representa as características da curva, ou seja, se parece com a curva naquele ponto.

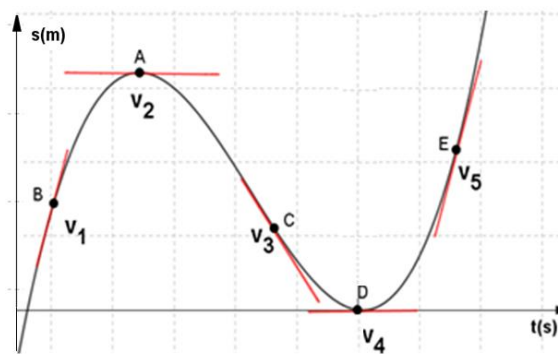
Através do gráfico apresentado na Figura 9, realizou-se a análise dos coeficientes de inclinação das retas secante e tangente, evidenciado geometricamente, que a velocidade média

é representada pelo coeficiente angular da reta secante (α), e que o coeficiente angular da reta tangente (β) representa a velocidade instantânea.

Foi explanado aos alunos que à medida que dois pontos pertencentes à curva e a reta secante se aproximam um do outro, o limite desta é uma reta tangente à curva, em que sua inclinação pode ser obtida através da operação de derivação.

Porém, antes de verem essa operação, eles analisaram o gráfico, Figura 10, a seguir que representa o movimento de uma partícula em diversos pontos no decorrer do tempo.

Figura 10 - Gráfico da variação da posição de uma partícula em diferentes pontos no tempo.



Fonte: Autora, 2018.

Enfatizou-se aos alunos que as inclinações das retas tangentes à curva podiam ser interpretadas como velocidades, quanto maior a inclinação, mais veloz é a partícula. Foram realizados, então, alguns questionamentos sobre o movimento da partícula em cada ponto do gráfico.

Os alunos não tiveram dificuldade em perceber em quais pontos a velocidade era maior ou menor. Quando indagados sobre as retas tangentes à curva, paralelas ao eixo horizontal, os alunos responderam que neste ponto a velocidade é igual à zero.

Após a análise dos gráficos, foi apresentado aos alunos à notação de Leibniz para indicar as derivadas, sua leitura e o seu significado.

Em seguida, foram ensinadas algumas técnicas de derivação para facilitar os cálculos para encontrar a velocidade instantânea, a partir da função horária da posição. São elas: a derivada da constante; a derivada da potência e o caso especial da derivada da potência quando se tem produto da constante pela variável com expoente 1. Os gráficos, Figura 9 e 10, analisados anteriormente serviram de suporte para validar as técnicas de derivação.

A atividade continuou apresentando aos alunos uma questão envolvendo a função horária da posição do Movimento Uniforme (MU) e, a partir desta função, eles deveriam construir os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo.

“Considere que uma pessoa se desloca em MU, conforme a função horária dos espaços $s(t) = 20 + 2t$ no SI, calcule a velocidade desta pessoa e esboce os gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$, com o tempo variando entre 0 e 5s.”

Na lousa os alunos acompanharam a explicação e o cálculo de derivação da função horária da posição, momento em que eles tomaram conhecimento que esta derivada fornece a função horária da velocidade, e a derivada desta, a da aceleração.

Durante os cálculos eles são levados a perceber que a velocidade é constante e a sua aceleração é nula, característica do MU.

Em seguida, eles construíram os gráficos solicitados. Os alunos não tiveram dificuldades em usar a notação de derivadas, mas ainda não assimilaram as regras de derivação. Portanto, a professora relembrou as técnicas de derivação durante o processo de resolução da questão.

Foi solicitado aos alunos para responder uma questão envolvendo a função horária da posição do Movimento Uniformemente Variado (MUV), e a construção dos gráficos da posição, velocidade e aceleração.

“Sabendo que no Sistema Internacional (SI) a função da posição no movimento retilíneo uniformemente variado é $s(t) = 10 + 2t + 2t^2$, determine: a) função horária da velocidade e b) o valor da aceleração”.

Novamente, a construção da notação de derivadas não foi obstáculos para os alunos. Porém, o auxílio da professora foi solicitado pelas duplas durante todo o processo de resolução. Apenas três duplas, efetuaram os cálculos independentemente do auxílio da professora, sendo esta chamada somente para conferir suas soluções.

As atividades da segunda parte da sequência didática continuaram no dia 03/10/2018 com a construção dos gráficos pelos alunos.

Ao término das atividades foi construído um quadro resumo da sequência didática sobre limites e derivadas aplicadas ao ensino de Física nos tópicos de Movimento Uniforme (MU), Movimento Uniformemente Variado (MUV) e Movimento Variado (MV).

Após a construção do quadro e explicação na lousa, uma aluna perguntou se o valor apresentado da aceleração nele, sobre o MUV era constante por que não tinha a variável t (tempo) próximo da aceleração.

Pode-se perceber que a aluna, a partir dessa pergunta, reconheceu que a aceleração é uma função constante, característica do MUV, ou seja, ela atribuiu significado ao parâmetro observado.

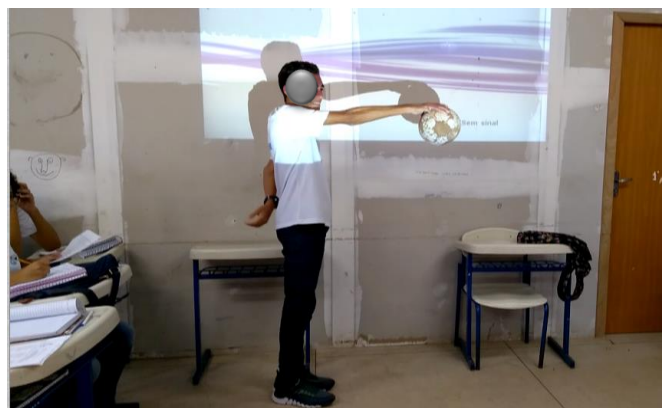
Na segunda aula deste mesmo dia (03/10/2018), iniciou-se a sequência didática abordando o pensamento aristotélico sobre a influência da massa no movimento dos corpos em queda livre, o qual está de acordo com o senso comum, ou seja, que objetos mais pesados chegam primeiro ao chão. Foi explicado aos alunos que Galileu no século XVI mostrou que os objetos, sem a resistência do ar, caem ao mesmo tempo e enfatizou-se que a turma já havia percebido isso num experimento realizado na sala de aula com duas folhas de papel sulfite.

Em seguida, foi explicado aos alunos que eles iriam realizar uma Modelagem Matemática sobre os corpos em queda livre utilizando como recurso o *software Tracker*.

Os alunos foram organizados em 6 grupos e dispostos em sala de aula da seguinte forma: metade do lado esquerdo e outra metade do lado direito. Um espaço foi deixado entre um lado e outro, servindo de passagem para os alunos. Neste mesmo local, foi realizada a projeção na parede do *software Tracker*.

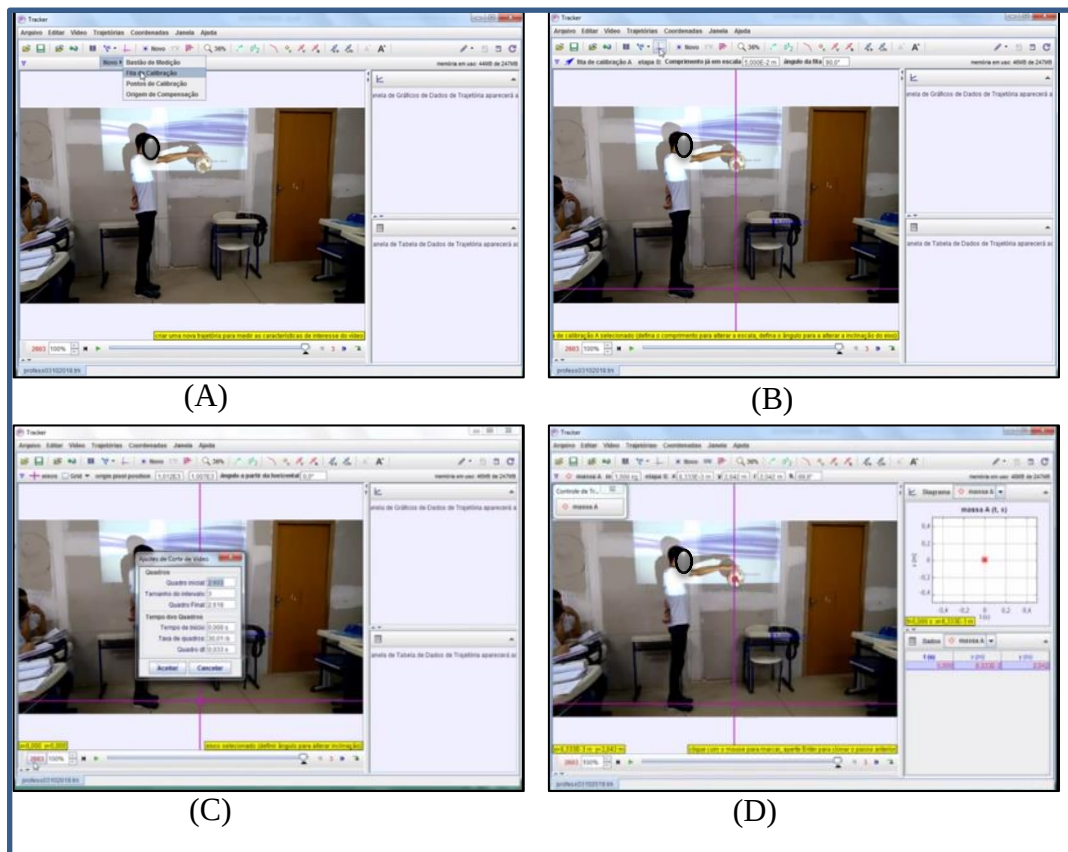
Continuando, explicou-se como seria realizado o experimento de queda livre e solicitou-se um aluno voluntário para participar do experimento. O aluno voluntário posicionou-se próximo a parede e a professora o entregou uma bola. Ele segurou a bola com os braços esticados à frente de seu corpo e soltou-a, conforme a Figura 11, a seguir. O evento foi filmado e o vídeo inserido no *software Tracker*.

Figura 11 - Aluno voluntário segurando uma bola que será solta em queda livre.



A partir de então, realizou-se a calibração da imagem do vídeo, Figura 12(A), a seguir, através da medida da borda da mesa presente na filmagem. Depois exibiu-se os eixos cartesianos na tela do *Tracker*¹, posicionando o eixo vertical sobre o centro da bola e o eixo horizontal no piso da sala 12(B). Realizou-se o corte do vídeo para mostrar apenas o início e o fim de queda da bola 12(C). A turma de alunos do lado direito foi encarregada em dizer o momento do vídeo que a bola iniciou o movimento de queda e da esquerda quando ela atingiu o chão. Escolheu-se como ponto de massa o centro da bola e marcou-se então a sua trajetória durante o tempo de queda 12(D).

Figura 12 - Etapas do desenvolvimento das atividades no software *Tracker*.



Fonte: Autora, 2018.

A atividade foi retomada no dia 08/10/2018 com a apresentação dos dados gerados pelo software. A ficha de acompanhamento foi devolvida aos alunos para que preenchessem a tabela com a posição e o tempo de queda da bola.

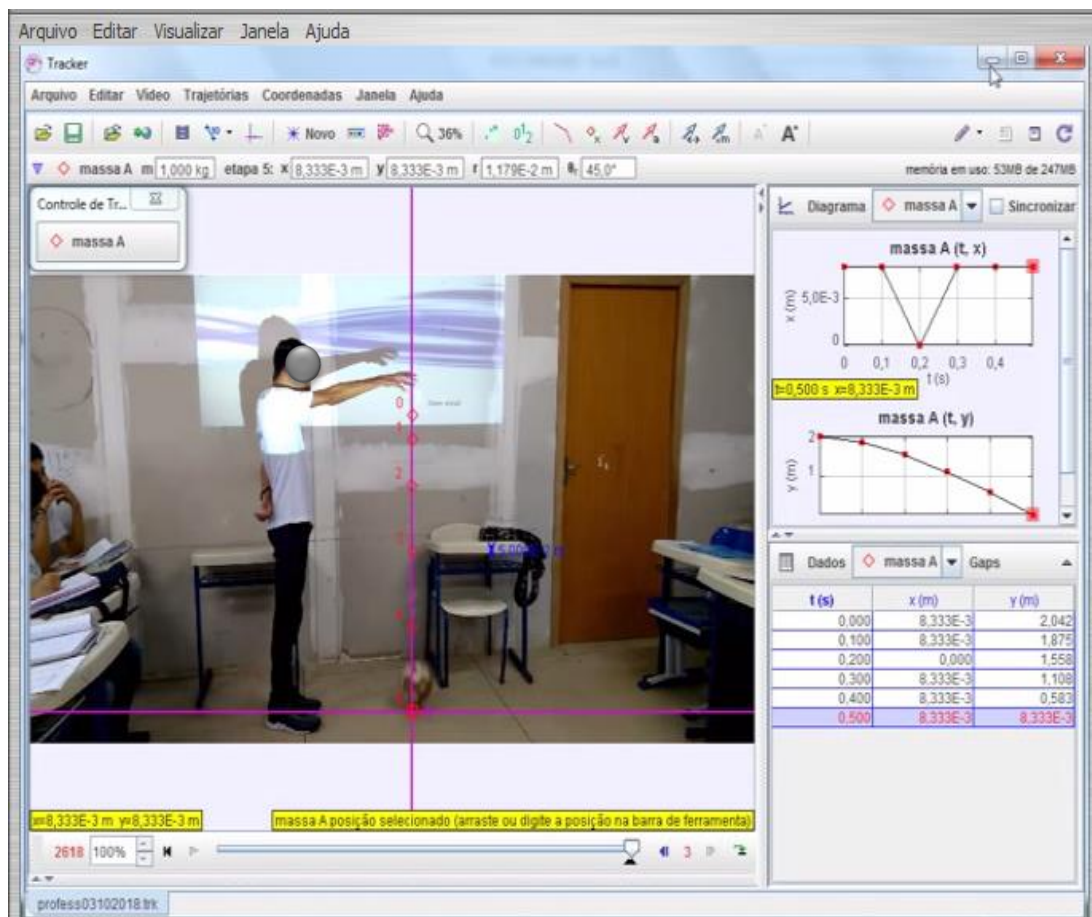
¹Link para o professor acessar um tutorial ilustrado com todos os passos necessários para usar o Tracker. http://www2.fisicaemrede.com/pluginfile.php/2584/mod_label/intro/TUTORIAL%20TRACKER%20PIBID%20Walfredo%20v1-2.pdf

Os dados sobre posição e tempo de queda livre da bola foram informados pelo *software*, a partir de tabelas e gráficos, conforme a Figura 13, a seguir.

Desse ponto em diante, as informações sobre posição e tempo obtidas foram repassadas aos alunos para que eles próprios construíssem a tabela e o gráfico da posição versus tempo. E na sequência, realizassem com a professora as interpretações e análises da tabulação dos dados.

A professora optou por não repassar para os alunos todas as informações matemáticas que *software* apresentou, pois o foco principal era que eles fossem capazes de a partir da coleta dos dados experimentais construir o raciocínio para modelar matematicamente a situação.

Figura 13 - Apresentação dos dados de tempo e espaço gerados no *software tracker*.



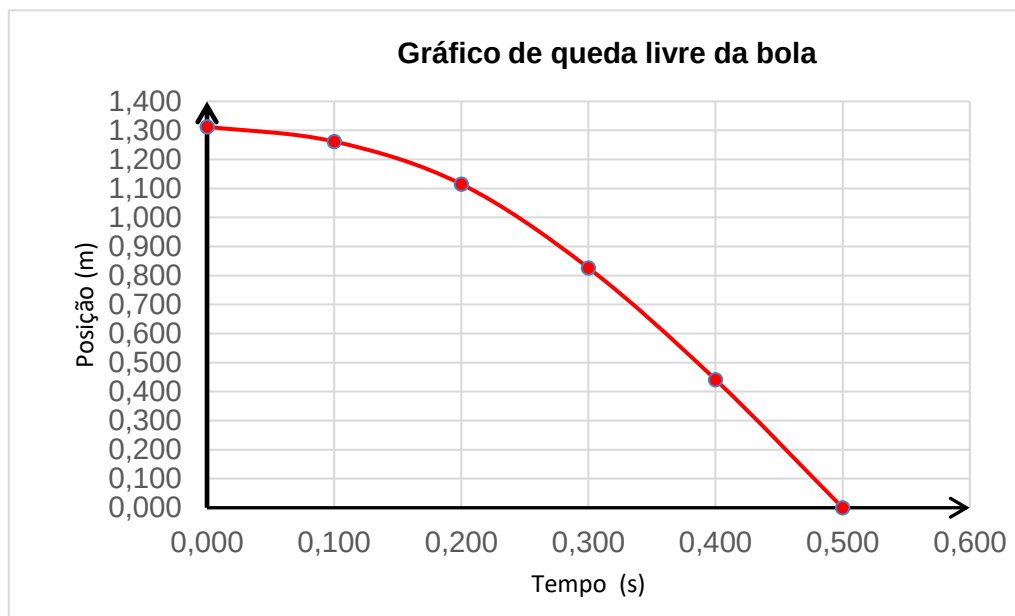
Fonte: Autora, 2018.

Baseados no experimento, na tabela e no gráfico construído a partir das informações das posições e de seus respectivos tempos, Figura 13, acima, pelos alunos, foram realizados a interpretação partindo dos seguintes questionamentos:

- a) Qual é a altura inicial do objeto?
- b) Qual é a velocidade inicial do objeto?
- c) Qual é o valor aproximado da aceleração da gravidade na Terra?
- d) Que tipo de função Matemática modela este gráfico? Que modelo é esse?
- e) Utilizando os coeficientes da Física: tempo (t_0 e t), velocidade (v_0), aceleração da gravidade (g), construa o modelo que expressa a posição (s) em função do tempo(t).
- f) Usando os dados obtidos na tabela, identifique o modelo físico que representa o experimento.

A turma demonstrou dificuldade em reconhecer o modelo matemático que expressava os dados da tabela e o gráfico, e também a forma generalizada da função do segundo grau.

Figura 14 - Gráfico do MUV de uma bola em queda livre.



Fonte: Autora, 2018.

Alguns alunos já haviam relatado durante a explicação do conteúdo de MUV, ministrado em aulas anteriores, que ainda não tinham estudado o conteúdo de função quadrática.

Na perspectiva de dar continuidade à aplicação da sequência didática à medida que surgiam dúvidas sobre o assunto ocorria à intervenção da professora para elucidá-las. Então, foi explicado aos alunos, que a partir dos dados coletados no experimento e na construção do seu gráfico podia-se generalizar o tipo de função que melhor representassem estes dados. Foram apresentados alguns exemplos: se o gráfico é uma reta, o modelo matemático é uma função do primeiro grau, se é uma parábola, uma função do segundo grau.

O modelo matemático para representar a queda livre da bola foi ganhando forma. Conforme os alunos respondiam as questões, eles visualizavam a sua construção a relação dos parâmetros físicos com os dados experimentais levantados na própria sala de aula.

Respondendo assim, ao seguinte questionamento dos alunos: por que o gráfico da posição em relação ao tempo do MUV é uma parábola? Isso se deve ao fato do movimento de queda livre ser do tipo uniformemente variado, cuja função horária da posição é do segundo grau.

Assim sendo, ao relacionar os pares ordenados (s, t) do experimento, obtém-se graficamente os pontos no plano cartesiano dispostos nesta forma geométrica.

Após a construção do modelo matemático, os alunos realizaram a derivada da função horária da posição e encontraram a função da velocidade da bola e em seguida, a sua aceleração. Ao final da aula, a ficha foi devolvida para a professora.

No dia 09/10/2018 os alunos realizaram, na primeira aula, a avaliação sobre aplicação de derivadas no MU. Nessa avaliação foi analisado se os alunos apresentavam as habilidades descritas no Quadro 9, sobre o MU, considerando a presença (sim) ou ausência (não) dessas habilidades em suas respostas registradas na avaliação.

Quadro 9 – Apresenta os resultados obtidos na avaliação conforme habilidade demonstrada pelos alunos.

MOVIMENTO UNIFORME		
Habilidades avaliadas	Sim	Não
Compreender que a derivada da função posição fornece a velocidade	21	4
Compreender que a derivada da função velocidade fornece a aceleração	21	4
Utilizar as unidades de medidas de acordo com a grandeza física	9	16
Construir tabela das funções posição, velocidade e aceleração	21	4
Representar graficamente a posição do móvel	19	6
Representar graficamente a velocidade do móvel	21	4
Representar graficamente a aceleração do móvel	19	6

Fonte: Autora, 2018.

De acordo com os resultados, pode-se perceber que o maior desafio dos alunos estava na aplicação das unidades de medidas e não na Matemática envolvida nos cálculos de limites, derivadas e na construção dos gráficos, conforme sugeriram os professores entrevistados neste trabalho.

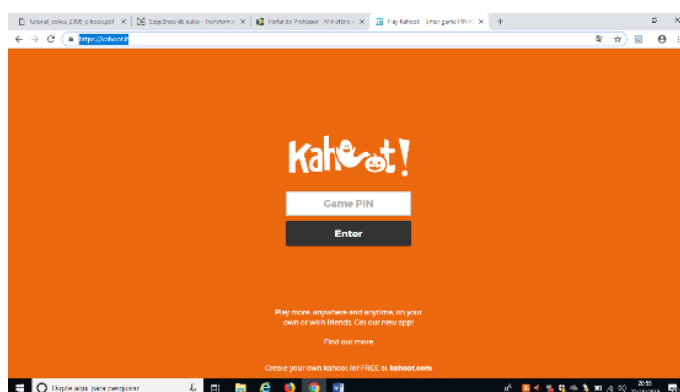
Foi planejado para esse dia (09/10/2018) o uso da biblioteca para desenvolver a última sequência didática envolvendo a plataforma *web quiz kahoot*².

Entretanto, ocorreram problemas técnicos que inviabilizaram o uso da internet na primeira aula.

O problema foi resolvido durante as aulas seguintes e, na quinta aula do dia, a professora solicitou 20 (vinte) minutos da aula de Química para iniciar a aplicação do jogo.

A organização do espaço e dos equipamentos foram previamente agendados, entretanto o ambiente não se mostrou apropriado para a presença de 25 alunos. O obstáculo foi vencido organizando os grupos de maneira que as cadeiras ficassem ainda mais próximas. Os alunos com *smartphone* em mãos conectaram-se com a internet *wi-fi* da unidade escolar. Solicitou-se então, que eles acessassem a plataforma *web quiz kahoot* através do endereço www.kahoot.it. Na Figura 15, é apresentada a tela inicial do jogo.

Figura 15 - Tela inicial apresentada aos alunos para logar o kahoot quiz.



Fonte: Autora, 2018.

O jogo foi explanado para os alunos conforme sua projeção no telão. Os alunos receberam da professora o código, *game pin*, gerado pelo programa e criaram um nome para o grupo acessar o *kahoot*.

O jogo foi elencado como organizador prévio, antes do conteúdo ser ministrado pela professora.

Em seguida os alunos foram informados que o assunto do *quiz* envolvia potência e também questionados sobre o seu significado. As respostas que eles deram estavam

² Link para o professor acessar um tutorial ilustrado com todos os passos necessários para usar o Kahoot. http://www.aeams.pt/moodle/pluginfile.php/1686/mod_resource/content/1/Tutorial%20Kahoot.pdf

relacionadas com força, tempo e rapidez. A professora disse que eles prestassem atenção no *quiz* para perceber que potência envolve outra variável chamada de trabalho. Eles demonstraram interesse pela proposta pedagógica e ficaram atentos para responderem as perguntas sobre potência e trabalho. As 8 (oito) questões do *quiz* foram elaboradas com vista a explorar o conhecimento empírico do aluno sobre o tema de potência e trabalho e também se apropriar de alguns de seus conceitos físicos presentes nas questões.

No decorrer da aula, dois grupos perderam o acesso ao jogo, e se mantiveram fora até o seu término.

Foi explicado aos alunos que eles prestassem atenção nas perguntas e respostas do jogo mesmo não tendo mais acesso, pois essas perguntas e respostas seriam utilizadas na aula seguinte.

O resultado final do jogo no *kahoot* está apresentado na Figura 16. Os alunos escolheram nomes fictícios para identificar os grupos.

Figura 16 - Tela de feedback dos resultados dos alunos no jogo *quiz Kahoot*.

Potência no dia a dia				
Final Scores				
Rank	Players	Total Score (points)	Correct Answers	Incorrect Answers
1	Sads	8971	8	0
2	GALO DE OURO	4785	5	3
3	Girls	4573	5	3
4	Lokos de pedra	2970	4	4
5	□Hokage□	860	1	3
Switch tabs/pages to view other result breakdown				

Fonte: Autora, 2018.

No dia 10/10/2018 a aula foi retomada e a ficha de acompanhamento foi entregue aos alunos.

Iniciou-se um diálogo com menção ao jogo realizado e o significado de Potência e Trabalho presente no jogo com os alunos. Enfatizou-se como calcular a Potência Média e em seguida apresentou-se a Potência Instantânea como o limite da Potência Média quando o tempo tende a zero. Também, tornou-se evidente nesta aula que a velocidade instantânea pode ser escrita como o produto da força pela velocidade. Uma vez que a velocidade é a derivada do deslocamento, presente no conceito de trabalho (força x deslocamento), em relação ao tempo.

No segundo horário deste dia (10/10/2018), os alunos realizaram a avaliação escrita sobre MUV e no terceiro horário participaram de um jogo de cartas avaliativo sobre potência, registraram sua pontuação na prova escrita, também fizeram suas considerações sobre o conhecimento que adquiriram no desenvolvimento dessa Sequência Didática.

O Quadro 10, a seguir, registra as habilidades avaliadas sobre o MUV, considerando a presença (sim) ou ausência (não) dessas habilidades nas respostas apresentadas pelos alunos na avaliação proposta.

Quadro 10 - Registra as habilidades dos alunos avaliados sobre Movimento Uniformemente Variado.

MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO		
Habilidades avaliadas	Sim	Não
Calcular a derivada da função posição para obter a velocidade	21	4
Calcular a derivada da função velocidade para obter a aceleração	21	4
Utilizar as unidades de medidas de acordo com a grandeza física	0	25
Construir tabela	21	4
Representar graficamente a posição do móvel	23	2
Representar graficamente a velocidade do móvel	21	4
Representar graficamente a aceleração do móvel	21	4

Fonte: Autora, 2018.

Os números mostram que os alunos simplesmente ignoraram a unidade de medida nas respostas atribuídas por eles as questões. Isso evidencia que eles podem ter dedicado maior concentração em realizar os cálculos, construir tabelas e gráficos do que dar significado a eles.

A avaliação de potência ocorreu da seguinte forma: A professora dispunha de 18 fichas com temas que envolvia potência, cada ficha continha 5 (cinco) opções de dicas. Essas dicas eram repassadas aos grupos, uma de cada vez, conforme o número (1 a 5) escolhido pelo grupo. O modelo das cartas do jogo está apresentado na Figura 17 a seguir.

Figura 17 – Modelo das cartas com as dicas para o jogo de Potência.

CAVALO-VAPOR	POTÊNCIA	TRABALHO
1. Tenho em meu nome um animal. 2. Os motores me conhecem bem. 3. Fui definida por James Watt. 4. Não sou oficial do SI 5. Minha abreviação é Cavalo-vapor (CV)	1. Quanto maior eu sou maior é o consumo de energia. 2. Sou a relação entre trabalho e o tempo para realizá-lo. 3. Tenho também como unidade prática de medida o cavalo-vapor (CV) 4. Quanto menor o tempo maior é o meu valor para mesmo valor de trabalho. 5. No SI minha unidade é Watt	1. Não existo sem movimento. 2. Sou uma grandeza escalar. 3. Quanto maior o deslocamento maior é meu valor para mesma força. 4. Não tenho tempo na minha equação. 5. Sou o produto da força pelo deslocamento

Fonte: Autora, 2018.

A equipe iniciante deveria responder sobre qual o objeto/pessoa/equipamento/natureza se referia à dica. Caso acertasse marcava um ponto e assinalava na ficha de avaliação qual pessoa do grupo respondeu à questão corretamente. Caso errassem, o próximo grupo teria direito a escolher outro número da mesma ficha e responder a adivinhação. E assim, sucessivamente. Com base nas anotações dos alunos na avaliação da sua pontuação no jogo e nas suas considerações sobre o que compreenderam do conteúdo de potências, percebeu-se que eles apresentavam as seguintes habilidades registradas no Quadro 11.

Quadro 11 - Registra as habilidades apresentadas pelos alunos na avaliação de Potência.

POTÊNCIA		
Habilidades avaliadas	Sim	Não
Compreender que as grandezas trabalho e tempo define potência.	20	5
Reconhecer a unidade de medida da grandeza potência de acordo com o SI.	12	13
Reconhecer Cavalo-Vapor (CV) como unidades de medida de potência.	12	13
Aplicar o conhecimento de potência no seu cotidiano	25	0
Relacionar o consumo de energia com potência	5	20

Fonte: Autora, 2019

Os alunos gostaram do jogo, entretanto questionaram quanto ao modo de avaliação, pois conforme a dica era fornecida ao grupo seguinte, o anterior, queria dá a resposta correta depois de passar a sua vez, o que não era permitido. Eles deveriam esperar chegar outra vez o seu momento de jogar. Assim, foi realizado na aula seguinte o jogo de cartas novamente, mas

agora, cada grupo recebeu as 18 cartas e jogaram entre seus 5 (cinco) componentes, construindo uma tabela com os acertos individuais e montando o seu próprio *ranking*.

Foi possível observar que a maioria dos estudantes reconhecem as unidades de medidas de potências, a sua relação entre trabalho e o uso desse tópico da Física em diversas situações presentes no cotidiano deles.

6 RESULTADOS

Este capítulo trata dos resultados obtidos na aplicação do questionário aos professores e do relato das aulas ministradas para os alunos da primeira série do Ensino Médio, com a utilização de metodologias diversificadas que visam integrar os alunos com suas vivências aos conteúdos da Física, da Matemática através do Cálculo Diferencial. Além de trazer interpretações qualitativas através de tabelas e figuras sobre estes relatos.

6.1 Análise do questionário

Os dados obtidos a partir da aplicação do questionário aos professores foram tabulados, apresentados em gráficos e analisados criteriosamente. (veja o Quadro 2, na página 65).

Quadro 12 - Resposta dos professores referente às questões aplicadas sobre a sua formação acadêmica.

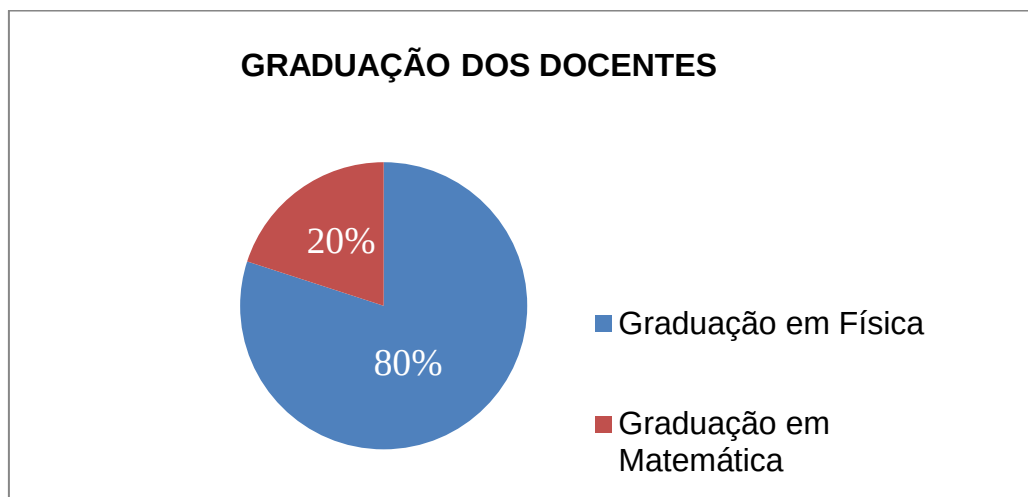
FORMAÇÃO ACADÊMICA	Professores	Questões					
		1	2	3	4	5	6
	A	Física	Graduação	Pública	Sim	Sim	Bom
	B	Física	Especialização	Pública	Sim	Sim	Regular
	C	Física	Especialização	Pública	Sim	Sim	Bom
	D	Física	Graduação	Pública	Sim	Não	Regular
	E	Física	Especialização	Pública	Sim	Não	Bom
	F	Física	Especialização	Pública	Sim	Não	Regular
	G	Matemática	Especialização	Pública	Sim	Não	Regular
	H	Matemática	Graduação	Pública	Sim	Sim	Bom
	I	Física	Especialização	Pública	Sim	Sim	Regular
	J	Física	Graduação	Pública	Sim	Não	Regular

Fonte: Fonte: Autora, 2018.

Para preservar a identidade e o sigilo dos participantes desta pesquisa, eles foram nomeados com letras maiúsculas do alfabeto e cada uma das questões estabelecidas no questionário foi numericamente identificada nas colunas.

A tabela nos mostra que a maioria dos professores são graduados em Física. Pode-se explicar esta ocorrência devido aos oito participantes da pesquisa cursar o Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), sendo exigência deste que o professor atue nas escolas com a essa disciplina. Entretanto, é permitido no MNPEF o ingresso de graduados de áreas afins, e que também ministram essa componente curricular. O gráfico, Figura 18, a seguir, mostra a formação inicial dos docentes participantes da pesquisa e o grau mais elevado estudo deles.

Figura 18 - Gráfico que apresenta a Formação Acadêmica dos participantes da pesquisa.

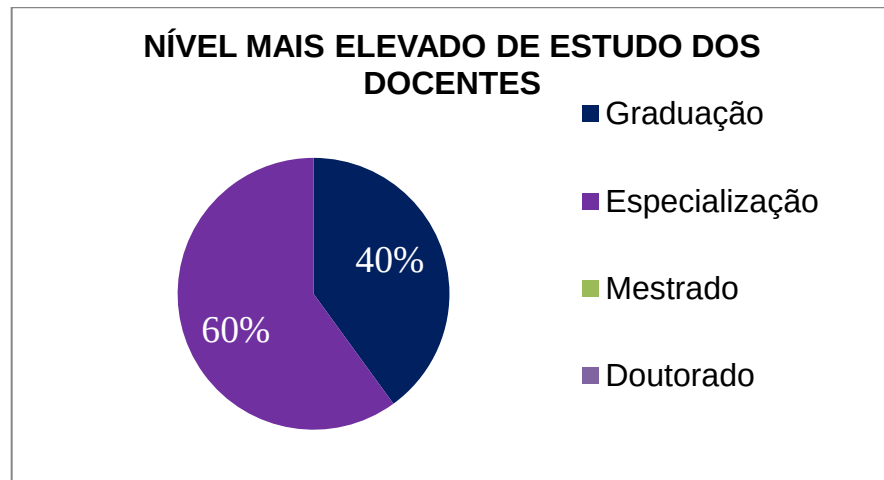


Fonte: Autora, 2018.

Os dados apresentam que a formação superior de 8 (oito) dos participantes desta pesquisa é de Licenciatura em Física, mesma disciplina que lecionam e apenas 2 (dois) licenciados em Ciências com habilitação em Matemática, o que nos leva a concluir que os 10 (dez) participantes, regentes da disciplina de Física, tem formação adequada para atuar como professor regente da referida componente curricular.

É possível verificar na Figura 19, que no grupo de professores participantes, 6 (seis) tem especialização, evidenciando a preocupação de estarem se aperfeiçoando profissionalmente.

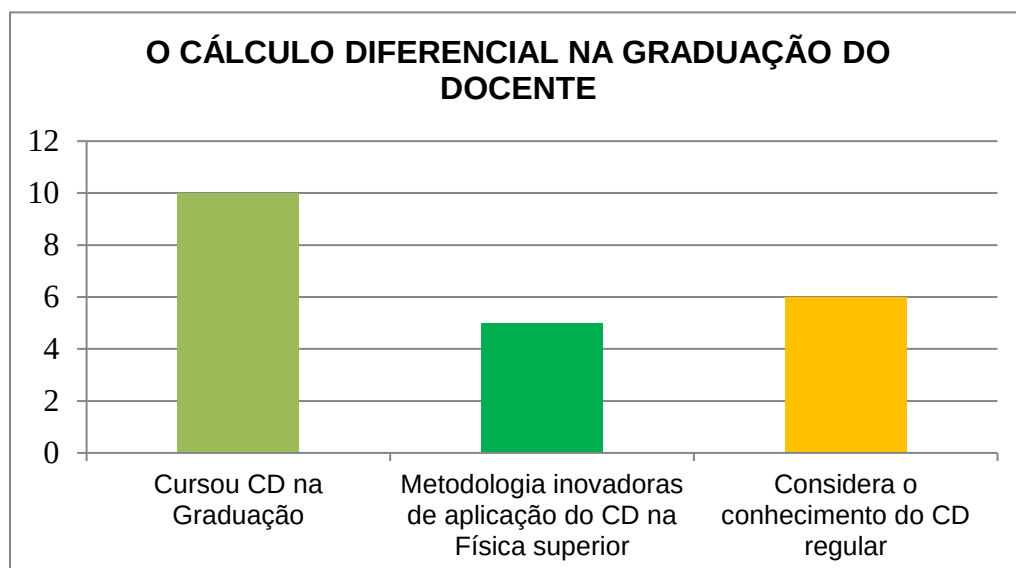
Figura 19 - Gráfico que apresenta o nível mais elevado estudo dos docentes.



Fonte: Autora, 2018.

Na Figura 20, sobre a formação acadêmica, todos os docentes estudaram a disciplina de Cálculo Diferencial. Entretanto, apenas 5 (cinco) deles apontaram ter vivenciado práticas metodológicas inovadoras e significativas na disciplina de Cálculo para aprendizagem dos conteúdos de Física nesse nível de ensino.

Figura 20 - Gráfico que apresenta a experiência dos participantes da pesquisa com o Cálculo Diferencial na graduação.



Fonte: Autora, 2018.

Outro ponto a ser observado, na Figura 20, é que mais da metade dos professores questionados consideram que o conhecimento que eles têm sobre Cálculo Diferencial é regular. Esta afirmação nos leva a acreditar na relevância do Produto Educacional contendo transposições didáticas dos conteúdos da Cinemática e Dinâmica, e da sua viabilidade e aplicabilidade no Ensino Médio, pois foi pensado e estruturado para contribuir com o planejamento pedagógico dos professores para sala de aula, a partir de um suporte teórico e prático para que eles desenvolvam com seus alunos os conteúdos de Física aliados às ideias básicas do Cálculo Diferencial.

A prática do professor em sala de aula, suas experiências e expectativas em relação ao Cálculo no Ensino Médio foram analisadas a partir das informações contidas no Quadro 13, que registra as respostas deles com relação à sua prática docente (Veja o Quadro 3, p. 65).

Quadro 13 - Registra as respostas referentes às questões aplicadas aos professores sobre sua prática docente

PRÁTICA DOCENTE	Docente	Questões			
		7	8	9	10
	A	Estadual	Mais de 9 anos	Não. Os alunos não têm base Matemática para acompanhar, pois não é trabalhado o conteúdo pelos professores de Matemática.	Sim. Se for trabalhado o conteúdo com os alunos pelos professores de Matemática, torna-se mais fácil a resolução de problemas de física e melhor entendimento dos conteúdos.
	B	Estadual	Mais de 9 anos	Não. Pelo fato dos alunos não terem base Matemática, e não terem cálculo diferencial na educação básica.	Sim. Pois poderemos aprofundar no conteúdo.
	C	Privada	De 1 a 3 anos	Não. Apresento as equações prontas, e quando deduzo alguma,	Sim. Pode ajudar os alunos que possuem aptidão na área, visto que, é fácil deduzir as

				utilizo apenas álgebra comum.	equações a partir do cálculo e a aplicação de alguns limites trazem informações importantes sobre as equações apresentadas.
	D	Estadual	De 1 a 3 anos	Não. O nível dos discentes não está preparado para esse conteúdo.	Não. A maturidade para esse conceito não vai de encontro com a realidade que vivemos.
	E	Federal	Entre 3 e 6 anos	Não. Acredito que possa ser muito abstrato para os alunos.	Sim. É sempre interessante obter o conhecimento a partir de sua origem, o cálculo e a física estão vinculados em suas origens, de Newton aos dias atuais.
	F	Estadual	Entre 6 e 9 anos	Não. O uso de cálculo básicos do ensino médio já é complicado para ensinar para os alunos.	Sim. Dependendo da maneira como é exposto é de fundamental importância para um desenvolvimento que não se baseia nas atividades já repetidas no ensino médio.
	G	Estadual	Mais de 9 anos	Não. A malha curricular da Secretaria de Educação não contempla esse conteúdo.	Sim. Permitiria o docente ter maior abrangência em enriquecer seus currículos permitindo uma transposição didática mais completa e interessante para os alunos.
	H	Estadual	De 1 a 3 anos	Não. Devido a dificuldades dos alunos, eu como professor acabo	Sim. Pelo fato de ajudar no movimento circular e ser algo inovador.

				não me aprofundando no assunto.	
	I	Estadual	Entre 3 e 6 anos	Não. O tempo é inviável	Sim. Com o uso do CD podemos mostrar como lidar com situações infinitesimal, muito comum na física.
	J	Estadual	Entre 3 e 6 anos	Não. Pois o conteúdo não se faz presente na proposta enviada pela secretaria de Ensino.	Sim. Pois uma das dificuldades encontradas pelos alunos está justamente no primeiro contato com o cálculo no ensino superior.

Fonte: Autora, 2018.

Os professores participantes da pesquisa reconhecem a relevância do ensino de Cálculo Diferencial no Ensino Médio e o potencial desse recurso Matemático para enriquecer o currículo com conteúdos inovadores, sem a repetição de tópicos que ocorrem com frequência nesse nível de ensino. Além de uma abordagem da Física de maneira mais abrangente, fundamentada nos aspectos históricos que envolvem a origem dos seus conceitos.

Também vislumbram que o aluno ao ter um primeiro contato com o Cálculo Diferencial no Ensino Médio, pode diminuir suas dificuldades ao ingressar na universidade em cursos que ofertam esta disciplina. Ademais, nenhum dos docentes participantes usa limites e derivadas nas suas aulas de Física. A maioria dos fatores apontados por eles, (Quadro 13, ver p. 91), para não abordarem o assunto, estão relacionados com carência nas habilidades dos alunos.

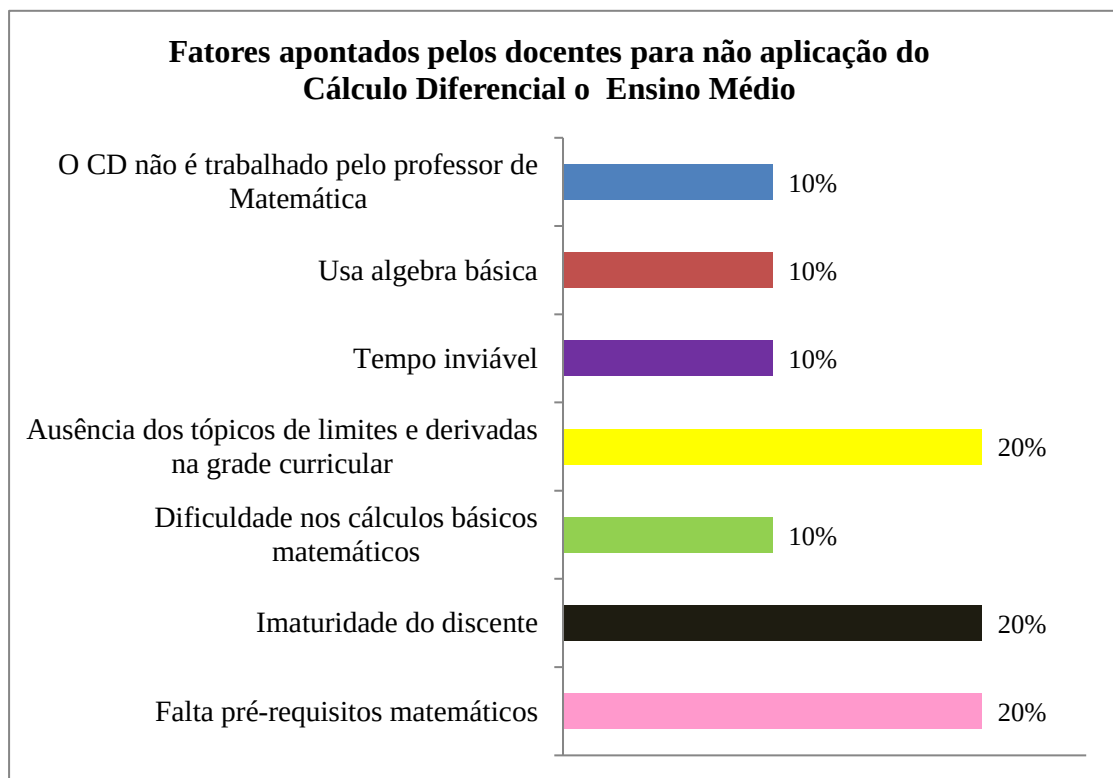
Pode-se perceber que 50% (cinquenta por cento) dos professores evitam trabalhar os conteúdos da Física usando o Cálculo Diferencial por acreditar que: que falta pré-requisitos matemáticos dos estudantes (docentes A e B), no Ensino Médio eles não estão preparados para compreender o Cálculo Diferencial (docentes D e F) e não conseguem abstrair os seus conceitos (docente E), e ainda que os alunos têm dificuldades nos cálculos básicos de Matemática do Ensino Médio (docentes F e H).

Na opinião dos professores participantes desta pesquisa outros fatores que influenciam a não aplicação do Cálculo Diferencial na Educação Básica se referem à carga horária da disciplina e a proposta curricular do Ensino Médio das escolas públicas do Tocantins.

- Limite e derivadas não estão contemplados no currículo do Ensino
- Médio da Secretaria de Educação do Tocantins (docentes G e J);
- Nas escolas públicas do Tocantins são apenas 2(duas) aulas de Física na 1º e 2º séries e 3(três) na terceira série do Ensino Médio (docente I).

Os dados levantados no Quadro 13 foram representados graficamente, conforme a Figura 21. Pode-se perceber explicitamente que, segundo os professores, há uma carência de habilidade dos alunos para que os professores possam desenvolver o Cálculo Diferencial nas aulas de Física e que está diretamente ligada com a defasagem do conhecimento matemático dos estudantes e na sua imaturidade.

Figura 21 - Gráfico que apresenta os fatores apontados pelos docentes para não usar o Cálculo Diferencial no Ensino Médio.



Fonte: Autora, 2019.

Os docentes também foram indagados sobre a sua formação continuada e as instituições responsáveis para sua implementação, conforme é mostrado no Quadro 14. (Veja o Quadro 4, p.66).

Quadro 14 - Registra as respostas dos professores às questões aplicadas sobre a sua formação continuada e os órgãos responsáveis pela sua execução.

FORMAÇÃO CONTINUADA	Professor	Questão 11
	A	Sim. SEDUC
	B	Não
	C	Sim. Universidade Corporativa da Rede de Adventista de Ensino
	D	Sim. Universidade Federal do Tocantins
	E	Não
	F	Sim. SEDUC/TO DRE-ARAGUAÍNA
	G	Não
	H	Sim. Diretoria Regional de Ensino de Araguaína
	I	Sim. DREA – Diretoria Regional de Ensino de Araguaína.
	J	Sim. Delegacia Regional de Ensino

Fonte: Autora, 2018.

No que tange a formação continuada, mais de 60% dos professores questionados participaram de algum estudo envolvendo a Física. O órgão mais citado como organizador dos eventos foi a Secretaria de Educação e Cultura do Estado do Tocantins (SEDUC) em parceria com a Diretoria Regional de Ensino de Araguaína.

O compromisso da SEDUC com a formação continuada dos profissionais da educação básica atende ao previsto na meta 20 do Plano Estadual de Educação do Tocantins (PEE) de 2015 a 2025.

Instituir, no primeiro ano de vigência deste PEE/TO, programa de formação continuada para profissionais da educação básica, sob o gerenciamento do Estado, extensivo aos municípios, com a finalidade de sistematizar cursos demandados e ofertados, seja de iniciativa própria ou adesões a programas do MEC, estabelecendo monitoramento sistemático (TOCANTINS, 2015).

A rede pública estadual de educação do Tocantins assegura em seu calendário letivo encontros de formação continuada, nas escolas ou na Diretoria Regional de Ensino por área de conhecimento. Em respeito à estratégia 20.2 do PEE/TO organiza e viabiliza a execução das formações.

Sistematizar e promover, em articulação com as instituições públicas de ensino superior, a oferta da formação continuada, atendendo, no primeiro ano de vigência deste PEE/TO, todas as etapas e modalidades da educação básica e áreas de conhecimento, de forma a assegurar uma política estadual de formação continuada, garantindo a continuidade de programas nacionais e estaduais já consolidados, e políticas afirmativas de modo transversal (TOCANTINS, 2015).

No ano de 2018 a Diretoria Regional de Ensino de Araguaína promoveu encontros de formação continuada para os professores da área de Ciências da Natureza (Química, Física e Biologia) das escolas públicas estaduais, com diversificação de metodologias para abordar aspectos teóricos e práticos destas componentes curriculares, tais como: palestras, seminário e oficinas.

CONCLUSÃO

As redes de significações estruturantes dos conceitos de Física estão intrinsicamente relacionadas com a Matemática através do Cálculo Diferencial, o que nos leva a acreditar que a interdisciplinaridade entre essas componentes curriculares possibilitaria uma aprendizagem significativa dos alunos.

Entretanto, um problema explicitado pelos autores pesquisados são as regras e fórmulas “mágicas” utilizadas pelos professores sem significados para explicar os conteúdos de Física e de Matemática, e que tornam a aprendizagem superficial e distante do mundo real do aluno no Ensino Médio, pois eles não conseguem ver a conexão entre o que estudam na escola com suas experiências cotidianas, isto prejudica os seus estudos posteriores com relação à compreensão da natureza e o desenvolvimento de seu senso crítico.

O planejamento, a organização do material e as aulas pensadas com a diversificação de recursos metodológicos: Música, Modelagem Matemática e Jogos Educacionais, facilitam a interação, a curiosidade, a participação, a colaboração dos alunos na sua aprendizagem. Nessa perspectiva, o material didático dessa pesquisa traz transposições didáticas do Cálculo Diferencial no Ensino de Física, numa abordagem simples e acessível para o nível Médio, sem o rigor e o excessivo cálculo algébrico.

Portanto, quanto maior a diversificação, maior a sua atuação ativa sobre o objeto de estudo, gerando um maior impacto na aprendizagem significativa dos conteúdos.

Este trabalho revelou que a maior dificuldade dos alunos não está no cálculo básico, como observado nas respostas dos professores (Quadro 13, ver p. 91), e sim no entendimento dos conceitos envolvidos na Física e suas respectivas unidades de medida.

Os professores se mostraram a favor da inserção do Cálculo Diferencial no Ensino Médio, mas afirmaram que não tiveram uma boa interação com esta disciplina durante o curso de graduação, de modo que não se dispuseram a acrescentar espontaneamente o Cálculo Diferencial em suas aulas devido a não exigência na estrutura curricular do Tocantins.

Este trabalho mostrou ser possível, através das SD, utilizar o Cálculo no EM como facilitador para o desenvolvimento e assimilação dos conteúdos de Física em sala de aula pelos alunos. Ele também permite que os professores valorizem o estudo da natureza como um todo, através das abstrações exigidas nos cálculos, do amadurecimento científico e pessoal, obtidos

durante o raciocínio e com as situações concretas que descrevemos e presenciamos no nosso dia a dia.

Acreditamos que não se pode negar aos alunos do Ensino Médio o acesso aos conteúdos de Física com a utilização do Cálculo Diferencial, enfatizando as suas noções básicas e sem o rigor matemático do nível Superior, dando-lhes a oportunidades de se inserirem neste cenário atual de tecnologias e de serem capazes de exercer plenamente a sua cidadania.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: Uma perspectiva cognitiva. Tradução Lígia Teopisto. 1º Ed. Platano: Rio de Janeiro, 2003.

ÁVILA, Geraldo. **O Ensino do Cálculo no Segundo Grau**. In: Revista do Professor de Matemática, n.18, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1991, p.1-9.

_____. **Limites e Derivadas no Ensino Médio?** In: Revista do Professor de Matemática, n.60, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2006, p.30-38.

_____. **Derivada e Cinemática**. In: Revista do Professor de Matemática, n.61, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2006.

BASSANEZY, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. 4º reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4ª ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da educação média e tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

COLL, César Salvador et al. **Psicologia do ensino**. (tradução: Cristina Maria de Oliveira). Porto Alegre: Artmed:2000, 408p.

CORREIA, M. A.. **A função didático-pedagógica da linguagem musical**: uma possibilidade na educação. Editora UFPR . Educar, Curitiba, n. 36, p. 127-145, 2010.

CRUZ, C.C. **A teoria cognitivista de Ausubel**. Disponível em www.robertotexto.com. Acesso em 25/02/2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contextos e aplicações. 1. São Paulo: Ática, 2010.

DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V. **Tópicos de Física, 1**: mecânica. 20.ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V. **Física 1: mecânica**. 3.ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

DINIZ, S.N.F. **Uso das novas tecnologias em sala de aula**. Universidade Federal de Santa Catarina. Dissertação. Programa de pós-graduação em Engenharia de Produção, 2001.

FREITAS, Á. T. **Recursos Didáticos e a motivação dos alunos em EAD**. Universidade Cruzeiro do Sul. Monografia. Programdalea de Pós-Graduação em Ambiente Virtual. São Paulo, 2011.

GUIMARÃES, O.; PIQUEIRA, J.R.; CARRON, W. **Física**. 2ª ed. São Paulo:Ática, 2016.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K.S. **Física 1**. 5º edição. v. 1, Rio de Janeiro: LTC, 2003, 390p.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R. e WALKER, J. **Fundamentos de física**,vol. 4:óptica e física moderna: Tradução Ronaldo Sérgio de Biasi. Rio de Janeiro:LTC, 2007.

HORNES, Andréia et al. **Os jogos educacionais no ensino de Física**. Encontro Nacional de Pesquisas em Educação em Ciências. Florianópolis, 2009.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1993.

_____. **Lugar de cálculo é no ensino médio**. Disponível no site <<https://imaginariopuro.wordpress.com/tag/nilson-jose-machado/>>. Acesso em 19 jun. de 2017.

_____. **Currículo, didática e ensino médio:** <<https://imaginariopuro.wordpress.com/2015/10/28/calculo-no-ensino-medio-já-passou-da-hora/>>. Acesso 19/06/2017.

MARTINS, R. A. **O surgimento da relatividade restrita**.UNICAMP. Disponível em <http://www.ghc.usp.br/server/pdf/RAM-Relatividade-livro.pdf>. Acesso: 15/04/2019, p.41.

MOREIRA, A.C.; SANTOS, H.; COELHO, I. S. **A Música na sala de aula: música como recurso didático**. Disponível em <http://periodicos.unisanta.br/index.php/hum/article/download/273/274>. acesso em 20/03/2018.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teoria da aprendizagem**. São Paulo:EPU, 1999.

_____. **O que é afinal aprendizagem significativa**. Aceito para publicação, Currículum, LaLaguna, Espanha, 2012. Disponível em: www.if.ufrgs.br/~moreira. Acesso em 20/06/2017.

MOREIRA, M.A.; MASSINI, E.A.F. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Editora Moraes, 2001.

NEVES, Marcos Cesar Danhoni et al. **Galileu fez o experimento do plano inclinado?** Publicado em Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias Vol. 7 N°1 (2008).

NUSSENVEIG, Herch Moysés. **Curso de física básica**. V. 1, 4ª edição. São Paulo:Blucher, 2002.

PIETROCOLA, Maurício. **A matemática como estruturante do conhecimento físico**. Cad. Cat. Ensino Física, v.19, n.1: p.89-109, ago. 2002.

PEREIRA, V.M.C. **Cálculo no ensino médio**: uma proposta para o problema de variabilidade. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Programa de pós-graduação em Ensino de Matemática. Rio de Janeiro, 2009.

RAMALHO JR, F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. T.. **Os fundamentos da física**. V1. 11.Ed . São Paulo: Editora Moderna, 2015.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003.468 f. Tese (doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003.

RIBEIRO JR, L. A.; CUNHA. M. F. LARANJEIRAS, C. C. **Simulação de experimentos históricos no ensino de física**: uma abordagem computacional das dimensões histórica e empírica da ciência na sala de aula. Revista brasileira de ensino de Física. Vol. 34. N.4. São Paulo, 2012.

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da Matemática**. 12 ed. São Paulo: Ática, 2010.
SANTAROSA, M. C.; MOREIRA, M.A. **Cálculo nas aulas de física da UFRGS**: um estudo exploratório. In: Inverstigação e ensino de ciências. V. 16(2), pp.317-351, 2011.

SEARWAY, Raymond A. JEWETT JR, John W. **Princípios de física**, vol.1, mecânica clássica. Tradução técnica André Koch Torres Assis. São Paulo:Cengage Learning, 2011.

SPINA. Catharina de Oliveira Corcoll. **Modelagem matemática no processo ensino aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino Médio**. 2002, 177f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática). Área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus Fundamentos Filosóficos. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Paulista, Rio Claro 2002.

TIPLER, P. A. e LLEWELLYN, Ralph A. **Física Moderna**. (tradução Ronaldo Sérgio de Biasi). Rio de Janeiro:LTC, 2006.

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física para cientista e engenheiros**: mecânica clássica, oscilações e ondas, termodinâmica. Vol. 1. Tradução e revisão técnica Paulo Machado Mors. Rio de Janeiro: LTC, 2011, 759p.

TOCANTINS, Secretaria Estadual de Educação e Cultura do Estado. **Proposta Curricular do Ensino Médio**: versão preliminar. 383 p. Palmas, 2007.

_____. **Referencial Curricular do Ensino Fundamental das escolas públicas do Estado do Tocantins**: Ensino Fundamental do 1º ao 9º ano. 2ª edição. Palmas, 2009. p.292.

_____. 200. Lei nº 2.977, de 08 de julho de 2015. Dispõe sobre o Plano Estadual de Educação e adota outras providências. Disponível em: <seduc.to.gov.br>. Acesso em 19/02/2019.

TUTORIAL TRACKER. Disponível em :
http://www2.fisicaemrede.com/pluginfile.php/2584/mod_label/intro/TUTORIAL%20TRACKER%20PIBID%20Walfredo%20v1-2.pdf. Acesso em 19/02/2019.

TUTORIAL KAHOOT. Disponível em.
http://www.aeams.pt/moodle/pluginfile.php/1686/mod_resource/content/1/Tutorial%20Kahoot.pdf. Acesso em 19/02/2019.

YIN, ROBERT K., **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 3ª edição, Porto Alegre: Bookman, 2005.

YOUNG, H. D. FREEDMAN, A. Roger. **Física I**:Tradução Sonia Midori Yamamoto: 12ª Ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

APÊNDICE A - Questionário aplicado aos professores

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA -
PPGFÍSICA



**ENSINANDO CINEMÁTICA E POTÊNCIA NO ENSINO MÉDIO COM O
CÁLCULO DIFERENCIAL**

A. FORMAÇÃO ACADÊMICA**1. Qual o seu curso de graduação**

- ☐ Licenciatura em Física
☐ Licenciatura em Matemática
☐ Licenciatura em Biologia
☐ Outra graduação. Qual: _____

2. Qual o nível mais elevado de educação formal que você concluiu?

Por favor, marque apenas uma alternativa.

- ☐ Graduação
☐ Especialização(Lato Sensu)
☐ Mestrado(Stricto Sensu)
☐ Doutorado (Stricto Sensu)

3. Você cursou a graduação em Instituição pública?

- ☐ Sim ☐ Não

4. Você cursou a disciplina de Cálculo no curso de graduação?

- ☐ Sim ☐ Não

5. Na disciplina de cálculos você vivenciou práticas metodológicas inovadoras e significativas para a aprendizagem dos conteúdos da Física?

- ☐ Sim ☐ Não ☐ Não cursei a disciplina

6. De acordo com o seu grau de conhecimento sobre o Cálculo Diferencial você considera que é:

- ☐ Regular ☐ Bom ☐ Ótimo

B. PRÁTICA DOCENTE**7. A instituição de ensino que você trabalha é estadual, federal ou privada?**

8. Há quanto tempo você ministra aulas de Física no Ensino Médio?

- () há 1 ano
() entre 1 a 3 anos
() de 3 até 6 anos
() mais de 6 anos

9. Você faz uso do Cálculo Diferencial nas aulas de Física no Ensino Médio?

- () Sim () Não

Quais conteúdos? _____

10. Você considera que o ensino de Cálculo Diferencial no Ensino Médio pode auxiliar o professor a melhorar o desempenho e o interesse dos alunos pelos conteúdos de Física?

- () Sim () Não

Por quê? _____

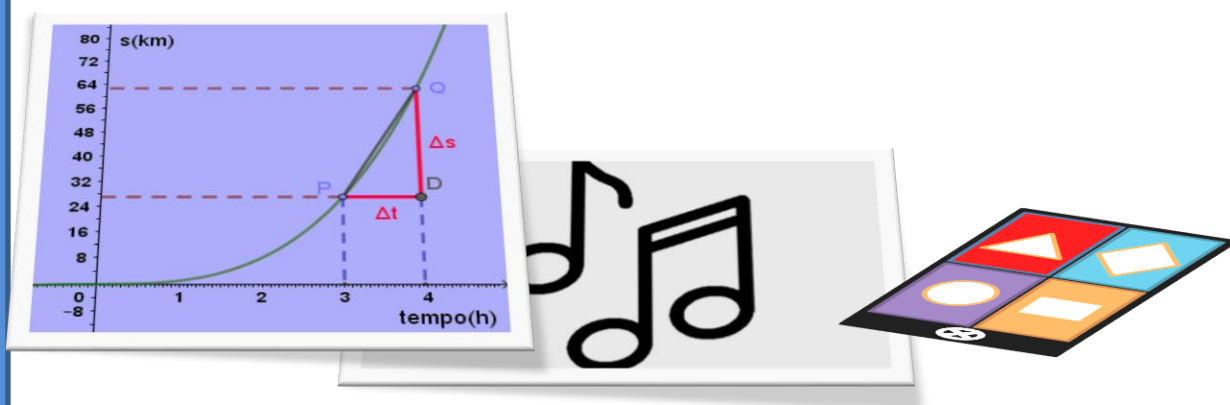
C. FORMAÇÃO CONTINUADA**11. Você participou de alguma formação continuada em serviço, exceto pós-graduação *latu sensu e strictu sensu*, tais como oficina, palestra ou seminário voltados para o ensino de Física nos últimos 2 (dois) anos?**

- () Sim () Não

Qual instituição ou órgão foi responsável pela formação? _____

APÊNDICE B – Produto Educacional

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS DE CINEMÁTICA E POTÊNCIA COM O CÁLCULO DIFERENCIAL



Esp. Marina Gomes da Silva

Dra. Pâmella Gonçalves Barreto

Metodologias Aplicadas

- **Música**
- **Modelagem Matemática**
- **Jogos educativos tecnológicos**

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	3
2 CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO	4
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	6
3.1 Aprendizagem significativa	6
3.1.2 O papel do professor e do aluno	7
3.2 Cone de Aprendizagem de Edgar Dale	8
4 METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DE FÍSICA	10
4.1 Música.....	10
4.2 Modelagem matemática	11
4.3 Jogos educacionais	12
5 CÁLCULO DIFERENCIAL.....	14
5.1 Limite.....	14
5.2 Derivadas	16
5.2.1 Notação de derivadas	19
5.2.2 Técnicas de Derivação	19
5.2.2.1 Derivada de uma constante	19
5.2.2.2 Derivada da potência.....	19
5.2.2.3 Derivada do produto de uma constante por uma variável.....	20
6 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS	30
6.1 Música e a noção de limites e derivadas	30
6.1.1 Velocidade Instantânea, Movimento Uniforme e Uniformemente Variado.	30
6.2 Modelagem matemática e aplicação das regras de derivação	37
6.2.1 Movimento uniformemente variado: Queda livre.....	37
6.3 Jogos Educacionais e o Ensino de Potência	46
6.3.1 Potência.....	46
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	55
REFERÊNCIAS.....	56
APÊNDICE A - Ficha de acompanhamento das aulas	58
APÊNDICE B - Avaliação do Movimento Uniforme.....	66
APÊNDICE C - Avaliação do Movimento Uniformemente Variado	67
APÊNDICE D - Avaliação de Potência.....	69

1 INTRODUÇÃO

As Sequências Didáticas tem como objetivo contribuir para prática docente dos professores de Física que ministram aulas na 1ª série do ensino médio, a partir de transposições didáticas de tópicos do Cálculo Diferencial aplicadas ao ensino de Cinemática e Dinâmica em sala de aula. Nesta perspectiva, foram explorados os seguintes conteúdos de Física-Mecânica: movimento uniforme (MU); movimento uniformemente variado (MUV) e potência através de sequências didáticas (SD) que envolvem a Música, a Modelagem Matemática e os Jogos Educacionais.

A primeira parte do material faz uma imersão à importância da aplicação do Cálculo no ensino de Física e como ele é importante para compreensão dos movimentos e dos avanços tecnológicos. Além de fazer uma reflexão sobre a fundamentação teórica e de algumas metodologias que podem ser aplicadas durante o ensino didático.

Na última parte do material didático produzido são apresentadas três sequências didáticas (SD), utilizando a Música, a Modelagem Matemática e Jogos Educacionais aplicáveis ao ensino de Física.

As atividades foram elaboradas de acordo com a perspectiva ausubeliana da aprendizagem significativa, a qual tem como foco a construção do conhecimento a partir da interação aluno-professor no processo ensino e aprendizagem. Leva em consideração que a “chave” para que haja uma aprendizagem significativa é aquilo que o aprendiz já sabe, ou seja, o que existe na sua estrutura cognitiva e que Ausubel chama de subsunção. Então, as relações cognitivas da nova informação e a já existente, ampliam o conhecimento e dão significados e sentidos para o objeto de estudo.

O material didático foi idealizado para facilitar a prática pedagógica, motivar o interesse e a participação do aluno e proporcionar uma aprendizagem significativa dos conteúdos de MU e MUV, objetos de estudo da Cinemática e de Potência da parte de Dinâmica. Mas, que podem ser ampliadas e desenvolvidas para outros temas relacionados as diversas áreas do ensino de Física, e de Ciências em geral, que utilizam a Matemática no seu ensino.

2 CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO

A compreensão do movimento requer ir além da memorização de fórmulas presentes no ensino médio, os conceitos básicos da Física podem ser apreendidos utilizando-se as ideias do Cálculo Diferencial, e oportunizando ao aluno um outro recurso para solucionar problemas envolvendo movimento. Nesta perspectiva, como usar o Cálculo no ensino de Física básica?

A Cinemática é a área da Física que estuda os movimentos, sem, no entanto, investigar as causas que os produzem e modificam (HELOU; GUALTER; NEWTON, 2016, P.21). Um grande avanço científico que permitiu a compreensão do nosso mundo em movimento foi o desenvolvimento do Cálculo Diferencial, a visão estática da matemática grega predominante até então, foi superada com essa nova área da Matemática (REZENDE, p. 110). Portanto, é importante que o aluno, ainda no ensino médio, tenha contato com as ideias do Cálculo para uma aprendizagem significativa dos movimentos e dos avanços tecnológicos.

Segundo Ávila, o ensino do MU, em que a velocidade é constante e diferente de zero, a presença do Cálculo mostra-se com pouca relevância. Entretanto, no MUV o ensino seria mais simples e a compreensão pelos alunos mais fácil com a noção de derivada.

[...], desassistido da noção de derivada, o professor de Física faz uma ginástica complicada para apresentar o movimento uniformemente variado. E as coisas seriam bem mais simples para ele e muito mais compreensíveis para o aluno se esse ensino fosse feito à luz da noção de derivada, interpretada como velocidade instantânea. (ÁVILA, 1991, p.4)

Rezende, (2001) na sua tese de doutorado afirma que no curso inicial de Cálculo, o significado, o sentido dos resultados devem prevalecer sobre a sua justificativa lógica (demonstração) e a definição formal de limite. Portanto, é mais significativo discutir ideias do que a apresentar e reproduzir demonstrações de um resultado matemático. E ainda, que:

A relação do Cálculo com outras áreas do conhecimento não deve ser realizada apenas em termos de aplicações e no final do processo de construção de seus conceitos básicos; tal relação deve ser antecipada, ser o carro chefe das ideias geradoras dos conceitos básicos do cálculo. A noção de velocidade, por exemplo não é meramente uma aplicação do conceito de derivada; velocidade é, isto sim, um dos principais elementos do núcleo semântico do conceito de derivada. (REZENDE, 2001, p. 235)

Essas ideias nortearam a elaboração das sequências didáticas deste material e a construção de uma rede de significação e sentido para o aluno dos tópicos da Cinemática no Ensino Médio. Apresenta-se neste material didático as ideias do Cálculo com o mínimo de rigor e formalismo, apoiando-se na intuição, nos problemas da Física, e nas representações

geométricas que lhes deram origem. Dessa forma aproximando os alunos das ideias do Cálculo e do movimento estudado na Física e presente no mundo dinâmico em que vivemos.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Aprendizagem significativa

Para elaborar e fundamentar as sequências didáticas levou-se em consideração as ideias do norte americano David P. Ausubel e da sua teoria cognitivista da aprendizagem significativa, por trazer uma reflexão específica sobre a aprendizagem e o ensino no âmbito escolar e não apenas a generalização ou transferência de conceitos extraídos de outras situações ou contextos de aprendizagem (Coll, p. 231).

A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel busca explicar a epistemologia do conhecimento baseado na concepção cognitivista do sujeito. Nesta concepção, o que deve ser desenvolvido pelo sujeito é a habilidade de organizar informações de forma hierárquica em sua estrutura mental, de modo a acessá-las no futuro. Para ele, aprendizagem significa organizar e integrar o material na estrutura cognitiva.

A estrutura cognitiva, segundo Coll (2000, p. 231) “é compreendida, como uma rede de conceitos organizados de modo hierárquico de acordo com o grau de abstração e de generalização”. Com isso, considera que a aprendizagem escolar se caracteriza de forma global como “assimilação a rede de determinados corpos de conhecimentos conceituais, selecionados socialmente como relevantes e organizados nas matérias escolares”. Moreira e Masini (2001, p. 14), define a estrutura cognitiva como um complexo organizado resultante dos processos mediante os quais se adquire e utiliza o conhecimento. E ainda que,

Novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que os conceitos relevantes e inclusive estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem para novas ideias e conceitos. (MOREIRA e Masini, 2001, p. 14)

Portanto, a aprendizagem significativa ocorre através de uma interação entre a estrutura cognitiva prévia do aluno e o material ou conteúdo de aprendizagem. À medida que novos conceitos são aprendidos, essa estrutura é modificada através da interação com a nova informação, uma vez que integra o novo material e modifica a função da ancoragem.

Os professores e alunos durante o processo ensino-aprendizagem necessitam compreender como agir neste cenário de cognição, por isto é importante enfatizar o papel de cada um no contexto de sala de aula e as contribuições da aprendizagem significativa como mobilizadora desse processo.

3.1.2 O papel do professor e do aluno

Para Moreira e Masini (2001, p. 47), o papel do professor é o de auxiliar o aluno a assimilar a estrutura da matéria de ensino e a reorganizar sua própria estrutura cognitiva, mediante a aquisição de novos significados que podem gerar conceitos e princípios. Nessa perspectiva o professor deverá:

- Organizar os conteúdos e selecionar as ideias básicas do assunto para não sufocar o aluno com informações irrelevantes, de modo a facilitar a construção de uma estrutura cognitiva adequada;
- Coordenar e integrar o assunto em seus diferentes níveis;
- Programar e organizar a sequência do assunto a partir de uma ordem lógica interna, planejando a montagem dos exercícios práticos.

O professor exerce um papel fundamental na identificação dos conceitos básicos da matéria, na forma como eles são estruturados e no planejamento para sua execução em sala de aula.

Como realizar uma sequência didática baseada na teoria ausubeliana? Uma aula significativa é estruturada visando facilitar no aluno a construção de significados sobre o que ele está aprendendo. Lembrando que Ausubel considera essencial, para esse planejamento, que o professor descubra o que o aprendiz já sabe, quais subsunçores estão presentes na sua estrutura cognitiva sobre o assunto. Neste sentido, podemos considerar três aspectos relevantes na estruturação de uma sequência didática:

- Relacionar o assunto a ser ensinado com situações próximas a realidade dos alunos e que contenha o conteúdo, levando-os a construir o sentido e significado do conteúdo a ser ensinado. Nesse intuito, pode-se utilizar como recursos imagens, vídeos, música, jogos, textos, diálogos, enquetes, quiz entre outros.
- Apresentar o tema aos alunos explorando a situação inicial e relacionando-o com o conteúdo sistematizado a ser ensinado, favorecendo a transição do sentido (subjetivo) para o significado (sistematizado) do novo material. Os conceitos não devem ser apresentados prontos devem ser construídos pelo professor junto com os alunos, dando-lhes significados e ampliando o conhecimento prévio do aluno sobre determinado assunto.

- Verificar se ocorreu aprendizagem significativa apresentando situações ou desafios próximo a realidade dos alunos, utilizando-se diferentes instrumentos avaliativos: diálogos, desenhos, questionários, simulações, entre outros.

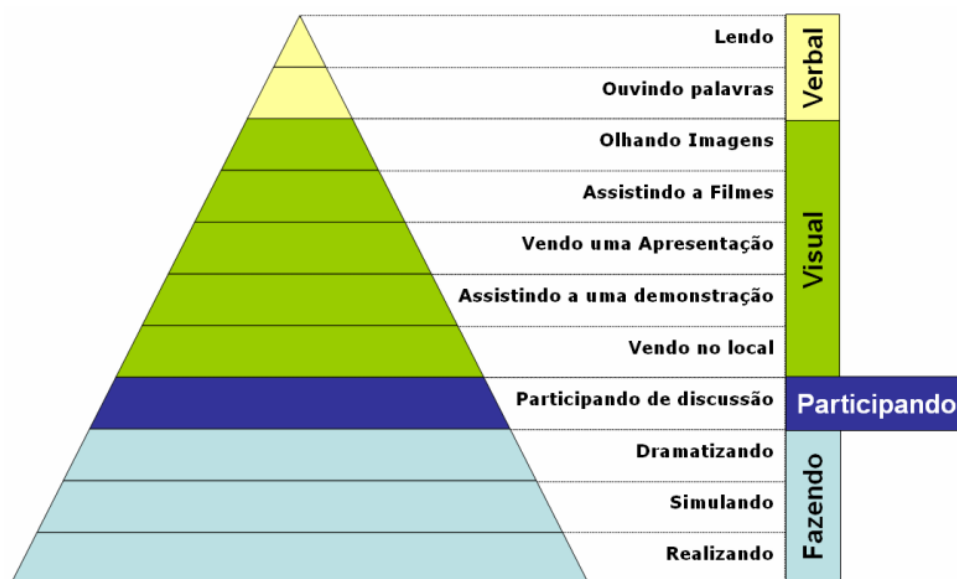
De acordo com a teoria de aprendizagem aqui proposta, o aluno e sua predisposição para aprender são essenciais para o processo de aprendizagem, pois não há aprendizagem sem a intenção do aluno em aprender. Então, a aula só é significativa quando o aluno mantém sua mente ativa e mobiliza sua estrutura cognitiva para assimilar o novo material. Portanto, deve-se manter o cérebro do aluno atento, isso pode ser feito questionando-o no decorrer da aula, propondo que eles falem de experiências que envolvem o assunto ensinado, entre outras estratégias que são próprias da criatividade e individualidade de cada professor.

3.2 Cone de Aprendizagem de Edgar Dale

A aprendizagem é um processo complexo que requer diferentes técnicas de ensinar para mobilizar a estrutura cognitiva a aprender. Edgar Dale através de suas pesquisas observou e classificou a eficácia pedagógica de variadas formas de ensino como leitura, símbolos, dramatizações, simulações, música, entre outras. Baseado nessas observações elaborou o Cone de Experiências.

O Cone de Experiência de Edgar Dale traz informações sobre a natureza da participação do indivíduo e suas influências na aprendizagem. No topo desse cone encontra-se experiências com símbolos verbais, e sua posição indica que esse tipo de participação tem pouca influência na lembrança da informação vivenciada. Assim é possível perceber no cone que à medida que são proporcionados diferentes tipos de estímulos de participação dos indivíduos no processo, sejam elas verbais, visuais ou de esforço a retenção da informação de determinado conteúdo se torna mais significativa e retém-se na memória com maior facilidade as experiências na qual o indivíduo participa ativamente do processo. A Figura 1, apresenta em sua base mais larga as experiências diretas e propositadas, são as que permanecem por mais tempo em nossa memória.

Nesta 3ª adaptação do cone de Edgar Dale, Freitas (2011) ressalta a importância que os diferentes recursos metodológicos exercem sobre a aprendizagem do estudante, conforme a natureza da sua participação ao entrar em contato com o objeto do conhecimento. Quanto maior sua atuação e participação maior será o impacto na memorização e no armazenamento da informação e, conseqüentemente, na sua aprendizagem.

Figura 22 - Cone de Aprendizagem de Edgar Dale

Fonte: Freitas, 2011(3ª Adaptação do cone de Edgar Dale).

Em contrapartida, se a natureza da nossa participação for passiva e de impacto verbal, o que exige uma maior abstração, tal como a leitura de um texto a memorização é de curta duração, comprometendo o aprendizado. E ainda, quando tem-se estímulo visual e verbal, embora passivos, quando associados, tem uma maior retenção em nossa memória. Ou seja, assistir um vídeo, filme, *clipe* musical e entre outros, facilita o aprendizado.

Analisando o Cone de Experiências e a relação entre a aprendizagem e os sentidos, torna-se possível perceber que é viável a inserção de diferentes recursos: verbais, visuais e de ação em sala de aula.

Estas diferentes ações auxiliam o aprendiz na retenção, por mais tempo em sua estrutura cognitiva do conteúdo ensinado. Neste intuito, a construção das sequências didáticas proposta neste material exploram metodologias diversificadas, a saber: a Música, a Modelagem Matemática e os Jogos Educacionais, para facilitar a compreensão dos conceitos físicos.

Com esse material pedagógico o professor poderá aplicar diferentes recursos tecnológicos, tais como: áudio, vídeos, softwares, projetor de imagens e animações que propiciem ao aluno, diversificados modos de abstrair e compreender o conteúdo físico que se pretende ensinar, favorecendo uma melhor aprendizagem a um número maior de aprendizes.

4 METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DE FÍSICA

4.1 Música

A música como recurso didático proporciona um ambiente agradável, alegre e descontraído, ambiente que favorece a afetividade e a aprendizagem, pois desperta a curiosidade, o interesse do aluno e o seu envolvimento nas atividades dos conteúdos programáticos. Contribui ainda, para que os alunos se expressem e participem ativamente do processo de aprender a aprender.

O conhecimento espontâneo que os alunos manifestam podem ser transformados através da música em saber científico.

A música em sala desenvolve habilidades, define conceitos e conhecimentos e estimula o aluno a observar, questionar, investigar e entender o meio em que vive e os eventos do dia a dia, através da musicalidade. Além disso, estimula a curiosidade, imaginação e o entendimento de todo o processo de construção do conhecimento de forma sonora e descontraída. (MOREIRA, SANTOS e COELHO, 2014, p. 57).

Na primeira Sequência Didática (SD), a música 120...150..200 km/h de Roberto Carlos, disponível no link: <https://www.letras.mus.br/roberto-carlos/225455/> é explorada com intuito de aproximar a realidade dos alunos dos conceitos físicos de velocidade média, velocidade instantânea e do Cálculo Diferencial envolvendo a noção de limite e derivadas. Dessa forma, são exploradas as noções intuitivas dos temas, a identificação de grandezas, de referencial e a construção de tabela. Na verificação da aprendizagem dessa SD é utilizando o *software GeoGebra*³ para realizar manipulações que permita aos alunos descobrir a variação da velocidade em cada instante e compreender que o cálculo de limite da função velocidade média, quando o tempo é muito pequeno, ou seja, tende a zero, nos fornece a velocidade instantânea.

O conhecimento adquirido na primeira parte da SD é ampliado através da introdução dos conceitos básicos da operação de derivação e das regras da constante, da potência, e o caso especial, do produto da constante por uma potência de expoente 1 (um) para derivar. A partir de então o aluno pode perceber que o uso das derivadas facilita a resolução de situações que envolvem a velocidade, espaço e aceleração.

³ O software GeoGebra está disponível gratuitamente no site <https://www.geogebra.org>.

4.2 Modelagem Matemática

Na perspectiva de construir uma SD que proporcione uma aprendizagem significativa sobre o MUV, utiliza-se como recurso metodológico a Modelagem Matemática. Este recurso permite ao professor e ao aluno perceber a relação entre os símbolos, as fórmulas, os gráficos, as tabelas e a situação real. Na maioria das vezes, essa relação exige um elevado pensamento abstrato e os alunos nem sempre conseguem abstrair quando se usa apenas o recurso da aula expositiva. Segundo Bassanezi (2013, p.24) a:

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situação da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2013, p. 24)

Como a Modelagem Matemática é o processo pelo qual se obtém um modelo matemático, o que seria esse modelo? De acordo com Bassanezi (2013, p.20), resumidamente pode-se dizer que o modelo é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto em estudo. Biembengut e Hein (2005, p.31) apontam três etapas fundamentais da modelagem no ensino – modelação: interação, matematização e modelo.

Na elaboração da segunda SD, consideram-se as três etapas fundamentais para a modelagem no ensino: a interação, a matematização e o modelo (Biembengut e Hein, 2005).

Na etapa de interação, a SD sugere a simulação de uma bola caindo para estudar o MUV de queda livre e em seguida propõe construir o modelo matemático da situação. O evento deve ser filmado e o vídeo transferido para um computador. Depois, utiliza-se o *software Tracker* para analisar e gerar informações sobre os valores das grandezas físicas do espaço, tempo, velocidade e aceleração em cada instante da queda da bola.

Na matematização é proposta a construção de tabelas para relacionar as grandezas espaço e tempo coletados no *Tracker*, e a partir dessas informações construir o gráfico espaço(s) versus tempo(t). Como se trata de um movimento de queda livre, o seu gráfico é uma parábola, cujo modelo matemático é do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$. A partir daí relaciona-se o modelo com os dados obtidos na simulação, e os coeficientes da variável de acordo com a notação física $s(t) = s_0 + v_0t - \frac{g}{2}t^2$.

Destaca-se, que a velocidade inicial e o tempo são iguais a zero, pois a bola inicialmente se encontra-se em repouso, a partir do instante que ela é solta inicia-se a contagem do tempo. Portanto, para construção do modelo físico é necessário encontrar a aceleração da bola e sua

posição inicial. A posição inicial pode ser encontrada no eixo vertical na posição de valor em que a partícula inicia o movimento de queda.

Ao escolher um valor para o tempo e sua correspondente posição e substituir no modelo simplificado $s(t) = s_0 - \frac{g}{2}t^2$. Adotando-se como o referencial para a trajetória eixo vertical para cima como sentido positivo do espaço, o valor da aceleração é negativo.

No movimento em queda livre usa-se a aceleração da gravidade, que na Terra é de aproximadamente $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, podendo-se arredondar para $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Assim, obtém-se o modelo matemático para o movimento de queda livre observado na simulação. Ele deve ser validado através da comparação dos seus resultados com os obtidos no *software Tracker*, e verificar se é viável para representar o evento.

É necessário também realizar um estudo para analisar a aceleração da gravidade, caso o seu valor não seja exatamente igual ao registrado nos livros didáticos. Pois as condições da simulação interferem na análise dos resultados pelo *software*, tais como a filmagem e a calibração da imagem que pode ficar comprometida (sem foco) em determinados instantes.

Entretanto, essa diferença deve ser mínima, para não comprometer a aprendizagem significativa do conteúdo.

4.3 Jogos educacionais

A dinâmica de um jogo, seja didático ou não, oferece a oportunidade do trabalho em equipe, do respeito as regras e aos participantes, da descoberta, da criatividade, do raciocínio lógico e do interesse em solucionar o problema para vencer o jogo. Com todos esses atrativos, na última sequência didática (SD) é sugerido um jogo virtual como metodologia para introduzir o conteúdo de Potência.

Para isso é proposto na SD o *Kahoot* que é uma plataforma *game web quiz*, onde é possível criar através da inserção de perguntas e respostas *on-line* um jogo que desperte o interesse do grupo para o conteúdo de Potência no intuito de explorar o conhecimento espontâneo dos alunos, construído ao longo da sua trajetória pessoal, suas experiências individuais e coletivas sobre o tema.

A plataforma é gratuita e para construir o jogo o professor deve realizar o seu cadastro. Depois de cadastrado ele pode inserir as questões elaboradas sobre o conteúdo que deseja trabalhar, com enunciados curtos, devido a limitação de caracteres. As questões devem ter

quatro alternativas e a correta ser assinalada. O *Kahoot* permite ao usuário inserir imagens e vídeos na elaboração das perguntas.

Em sala de aula ou no laboratório de informática é necessário que o professor utilize um projetor para apresentar as questões aos alunos, que individualmente ou em grupos devem estar conectados à internet através de *notebook*, *smartphone* ou *tablet*. As questões são projetadas e os alunos nos seus aparelhos tecnológicos marcam a alternativa correta. O *Kahoot* realiza o acompanhamento em tempo real, individual ou em grupo dos participantes do jogo.

Na perspectiva de mobilizar o conhecimento espontâneo dos alunos a SD propõe a projeção de imagens de quatro veículos e de suas respectivas potências. E sugere que o professor questione ao aluno, qual é o carro que apresenta melhor desempenho? Os alunos devem analisar as imagens e marcar a alternativa que achar correta, pelo seu celular⁴. Essa resposta é enviada automaticamente para a tela de projeção do jogo que é controlada pelo professor. Para cada pergunta é estipulado um tempo de, no máximo 120 segundos. O fator tempo exige que o aluno ou grupos de alunos tenham muita atenção e rapidez na solução da questão.

Finaliza-se a primeira etapa e sugere ao professor utilizar as imagens para sistematizar o conteúdo de Potência Média e Potência Instantânea. Na última fase, da verificação da aprendizagem os alunos são convidados a participarem de um jogo de adivinhação sobre o tema.

O jogo é composto de fichas contendo 5 dicas sobre os tópicos estudados. Então, o aluno escolhe um número de 1 a 5, o professor lê a dica, caso acerte o grupo pontua, caso erre a vez passa para o grupo seguinte, que deverá dizer um número de 1 a 5 diferente do anterior, e assim, sucessivamente.

⁴ Este tipo de jogo também pode ser realizado no laboratório de informática da instituição de ensino e as perguntas inseridas no *kahoot* podem ser feitas por qualquer professor de diferentes disciplinas que queira aderir a mais esta metodologia de ensino.

5 CÁLCULO DIFERENCIAL

5.1 Limite

O conceito intuitivo de limite pode ser construído a partir do paradoxo sobre velocidade instantânea descrito abaixo:

Num dado instante o móvel estará num único ponto. Logo, não estará em movimento. Sem movimento, sem velocidade. Não dá para usar $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0}{0}$, e agora?

Como resolver esse paradoxo? No século XVII dois grandes Físicos e Matemáticos Newton e Leibniz, respectivamente, usando a razão entre infinitésimos, números infinitesimalmente pequenos, nos ajudam a compreender e a resolver problemas como esse de variabilidade. Para isso, tem-se que observar e definir movimento, isso requer que se olhe a posição do objeto em mais de um instante de tempo. A operação Matemática que nos permite compreender o movimento dos objetos é o conceito de Limite.

A velocidade escalar instantânea v pode ser entendida como limite da velocidade escalar média, $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, para um intervalo de tempo Δt extremamente pequeno, isto é, Δt tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$). E escrevemos: $v_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Os modelos matemáticos da velocidade geralmente adotados no Ensino Médio são insuficientes para serem aplicados em muitos problemas que envolvem velocidade instantânea. É necessário, então, compreender outros conteúdos/conhecimentos matemáticos para suprir essa deficiência, como a aplicação do processo de limite para calcular o movimento descrito por qualquer função horária.

Praticando 1: Desenvolva o processo de limite para calcular a velocidade instantânea. Considere um móvel com função horária $s(t) = t^3$, $t > 0$. Encontre a velocidade em km/h desse móvel no instante $t=2h$.

Solução:

Não é possível aplicar, neste caso, as equações da velocidade presentes no Ensino Médio. Nesta etapa não se estuda a velocidade de um móvel descrita por uma função do 3º grau. Mas, pode-se encontrar a velocidade média, através da função horária da posição $s(t)$ e conhecer

o deslocamento realizado pelo móvel em instantes próximo de $t=2h$. Podemos usar os instantes $t=2h$ e $t=4h$.

Tabela 1 – Apresenta o cálculo da posição em função do

t (h)	s(t) = t ³
2	s(2) = 2 ³ =8
4	s(4)=4 ³ =64

Fonte: Autora, 2018.

i) Cálculo da velocidade média do móvel nesse intervalo de tempo de 2h.

$$v = \frac{s(4)-s(2)}{\Delta t} = \frac{64-8}{2} = \frac{56}{2} = 28 \text{ km/h}$$

Consideramos um intervalo de tempo grande, em 2h o móvel pode ter variado muito à sua velocidade. É conveniente pensar em reduzir esse intervalo de tempo a uma aproximação melhor da velocidade no instante $t=2$. Observe a partir da Tabela 2, o seu comportamento.

Tabela 2 - Apresenta o cálculo da velocidade média (km/h) com intervalos de tempo cada vez menores.

t	t ₀	Variação do Tempo Δt	Velocidade (km/h) $v_m = \frac{(t_0 + \Delta t)^3 - (t_0)^3}{\Delta t}$
4	2	2	28
3	2	1	19
2,1	2	0,1	12,61
2,01	2	0,01	12,0601
2,001	2	0,001	12,006001
...	2	...	...
(2+ Δt)	2	(2 + Δt)- (2)	$\frac{(2 + \Delta t)^3 - (2)^3}{\Delta t}$

Fonte: Autora, 2018.

ii) Percebe-se na Tabela 2, que uma boa aproximação para a velocidade instantânea é $v(2)=12 \text{ km/h}$. Considerando um o intervalo Δt qualquer e substituindo na função horária da posição, vamos calcular a equação da velocidade média. **(Lembrete: Cubo da soma de dois termos: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$)**

Tabela 3 - Registra a posição da partícula em função de um intervalo de tempo qualquer

Tempo (t)	Função Horária: $s(t)=t^3$
$(2 + \Delta t)$	$s(2 + \Delta t) = (2 + \Delta t)^3$ $= 8 + 3.4\Delta t + 3.2.\Delta t^2 + \Delta t^3$ $= 8 + 12\Delta t + 6\Delta t^2 + \Delta t^3$
2	$s(2) = 2^3 = 8$

Fonte: Autora, 2018.

Deve-se aplicar os valores encontrados na tabela 3 na equação da velocidade média, e reescrevê-la da seguinte forma:

$$v_m = \frac{s(2 + \Delta t) - s(2)}{\Delta t} = \frac{(2 + \Delta t)^3 - (2)^3}{\Delta t} = \frac{8 + 12\Delta t + 6\Delta t^2 + \Delta t^3 - 8}{\Delta t} =$$

$$= 12 + 6\Delta t + \Delta t^2 \text{ (velocidade média para um intervalo de tempo qualquer)}$$

Fazendo Δt próximo de zero, ou seja, $\Delta t \rightarrow 0$ (Δt tende a zero), o intervalo de tempo se torna próximo do instante $t=2h$ e o valor da função tenderá a velocidade instantânea. Logo, a velocidade instantânea é o limite da velocidade média quando o intervalo de tempo Δt tende a zero.

- iii) Agora, basta aplicar o processo de limite sobre a função da velocidade média do item (ii) e calcular a função horária da velocidade instantânea.

$$v_{\text{inst}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} 12 + 6\Delta t + \Delta t^2 \text{ (Elimina-se os termos com } \Delta t, \text{ pois, tendem a zero)}$$

$$v_{\text{inst}} = 12 \text{ km/h.}$$

Você deve ter achado trabalhoso o uso de limite para calcular a velocidade instantânea, os cálculos se tornam menores usando a operação de derivada.

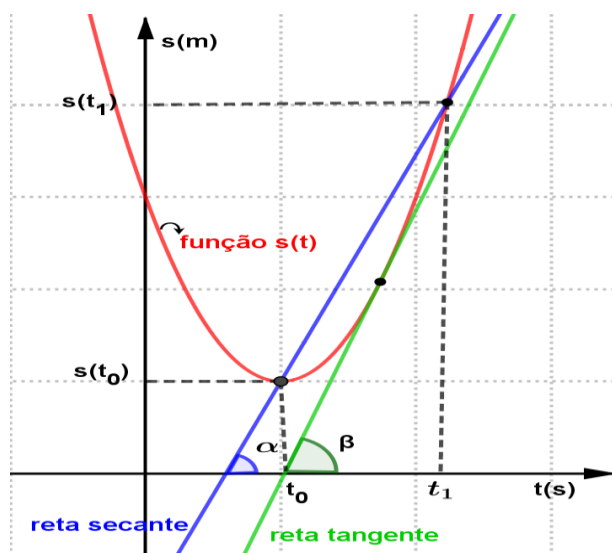
5.2 Derivadas

Na Cinemática pode-se interpretar a derivada como a taxa de variação instantânea da posição (s) de um móvel ou partícula em relação ao tempo (t) e representá-la geometricamente como a inclinação da reta tangente à curva da função horária do espaço.

Geometricamente, a taxa de variação de um móvel ou partícula é dada pela inclinação de uma reta em relação ao eixo horizontal, cuja equação é do tipo $y = ax + b$ e intercepta a curva

em algum dos seus pontos. Como exemplo, considere que o movimento de uma partícula é descrito graficamente conforme a Figura 3, pela função horária $s(t) = at^2 + bt + c$ no Sistema Internacional de Unidades (SI).

Figura 3 – Gráfico da função horária $s(t) = 2t^2 + 4t + 3$ de uma partícula. No SI a posição é medida em metros (m) e o tempo em segundos (s).



Fonte: Autora, 2018

Observe o gráfico e responda: Qual a diferença entre a reta secante e a reta tangente à curva $s(t)$?

Solução:

A **reta secante** passa por dois pontos da curva, enquanto que a **reta tangente** intercepta apenas um ponto da curva $s(t)$ no intervalo de tempo t_0 e t_1 , sendo a que melhor representa as características da curva nesse ponto.

Como podemos interpretar os coeficientes da reta secante e da reta tangente à luz da Cinemática?

- O Coeficiente angular da reta secante à curva s versus t é a taxa de variação média da função, e pode ser interpretada, numericamente, como **velocidade média**.

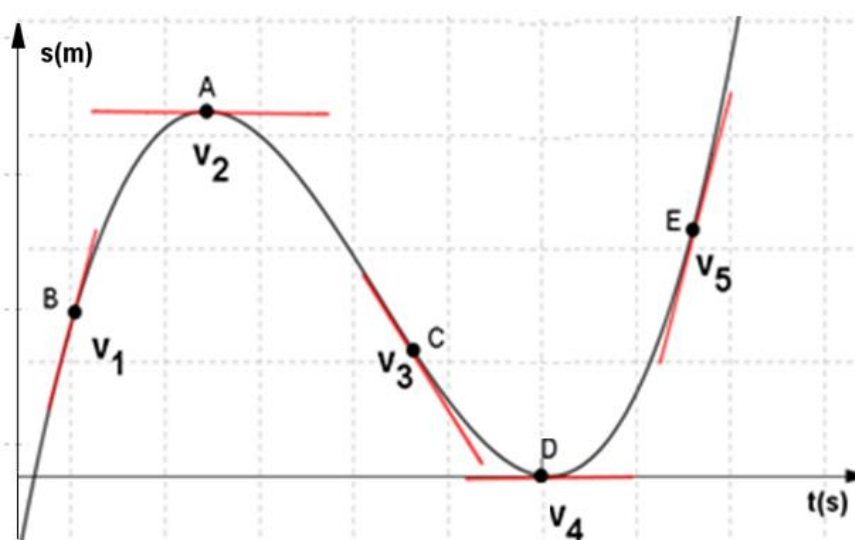
$$m_{\text{sec}} = v_m = \text{tg } \alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- O coeficiente angular da **reta tangente** a curva s versus t é taxa de variação instantânea ou **velocidade instantânea**, que é obtida através do limite da inclinação da reta secante sobre a curva $s(t)$.

$$m_{\text{tg}} = v_{\text{inst}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \text{tg } \alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Portanto, graficamente **a inclinação da reta** nos revela a velocidade do movimento de uma partícula em função do tempo. Assim, **quanto mais inclinada é a reta tangente, maior é a velocidade** da partícula. A notação ds/dt é uma das representações das derivadas ordinárias que será vista adiante. Agora, analise o gráfico $s \times t$ ilustrado na Figura 4.

Figura 4 - Gráfico da função horária do MV de uma partícula com retas tangentes em alguns de seus pontos.



Fonte: Autora, 2018.

Observe o gráfico, em seguida faça o que se pede:

- 1) Coloque em ordem crescente o módulo, não nulo, da velocidade da partícula. Em qual ponto a velocidade é negativa? Justifique.

Solução:

Temos que $v_5 > v_1 > v_3$, pois a inclinação da reta tangente em relação ao eixo horizontal em v_5 é maior que em v_1 e v_3 . A velocidade é negativa no ponto C, e em todo intervalo entre A e D.

Isso significa que o móvel está no sentido contrário a trajetória escolhida.

- 2) Em quais pontos a velocidade se anula? O que isso significa?

Solução:

Nos pontos A e D, significa que o móvel está parado ou que está para inverter o sentido da trajetória, pois para que isto ocorra primeiro deve se ter velocidade nula, para depois se movimentar no sentido contrário.

A partir da análise do gráfico pode-se concluir que nas posições dos pontos B e E a partícula é mais rápida que no ponto C, pois a reta tangente é mais inclinada nesses pontos em relação ao eixo horizontal (tempo).

5.2.1 Notação de derivadas

A notação de derivada é essencial para compreender a linguagem matemática desta operação e sua aplicação no ensino de Física. Devido a notação de Leibniz ser mais didática para o trabalho no ensino médio, pois exige menos abstração no seu entendimento, adotamos esta notação no desenvolvimento das sequências didáticas.

Notação de Leibniz:

$$\frac{ds}{dt} \text{ [lê-se assim, a derivada de } s \text{ (posição) em relação a } t \text{ (tempo)]}$$

5.2.2 Técnicas de Derivação

5.2.2.1 Derivada de uma constante

A primeira regra de derivação pode ser extraída da Figura 4. Observa-se no gráfico que não há inclinação da reta tangente no ponto A e D, a reta é paralela ao eixo horizontal, isto implica que a velocidade é zero, ou seja, o móvel está em repouso. Portanto, a derivada da velocidade neste ponto, também é zero.

Como exemplo, considere a função horária da velocidade de um móvel no M.U em que a velocidade é constante, representada por $v(t)=c$, onde c é constante. Então, a derivada desta função é zero e na notação de Leibniz, escreve-se:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dc}{dt} = 0 \text{ (Lê-se: a derivada } v \text{ em relação a } t \text{ é igual a derivada de } c \text{ em relação a } t \text{ que é}$$

igual a zero). Em outras palavras: **“A derivada de uma constante é igual a zero”**

5.2.2.2 Derivada da Potência

Com frequência é necessário derivar funções horárias do tipo $s(t) = t^n$. Nestes casos, tem-se que:

“A derivada da potência t^n , em relação a t , é igual a t elevado ao novo expoente, n diminuído de uma unidade, multiplicado por n ”. Se s tem valor $v(t) = t^n$, então:

$\frac{dv}{dt} = \frac{d(t^n)}{dt} = n \cdot (t^{n-1})$, (Lê-se: a derivada de v em relação a t é igual a derivada de t elevado a n , em relação a t , que resulta na multiplicação de n por t com expoente n menos 1).

Observe a aplicação desta técnica de derivação de potência na função horária da posição $s(t)=t^3$, e lembre-se que esta derivada nos fornece a inclinação da reta tangente a curva, ou seja, a função horária da velocidade instantânea. Veja:

$$v_{inst} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} = 3 \cdot t^{3-1} = 3t^2, \text{ a função horária da velocidade é } v=3t^2.$$

5.2.2.3 Derivada do produto de uma constante por uma variável

Se $v(t) = ct^n$ é a função horária da velocidade, em que c é uma constante, temos que:
“A derivada de ct^n , em relação a t , é igual a constante multiplicada por t elevado ao novo expoente n diminuído de uma unidade e multiplicado por n ”.

Notação:

$\frac{dv}{dt} = \frac{d(ct^n)}{dt} = cnt^{n-1}$, (Lê-se: a derivada de v em relação a t é igual a derivada de ct^n em relação a t , que resulta em cn e em c quando $n=1$).

No MUV temos que a velocidade varia conforme uma aceleração constante e diferente de zero. Se a função velocidade de uma partícula é dada por $v(t) = 12+3t$ no SI, a derivada desta função nos fornece a aceleração da partícula. Observe:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(12 + 3t)}{dt} = \frac{d(12)}{dt} + \frac{d(3t)}{dt} = 0 + 3 = 3m/s^2$$

Praticando 2: Considere uma pessoa se deslocando em MU, conforme a função horária dos espaços $s(t) = 20+2t$ no SI. Calcule a velocidade desta pessoa e esboce os gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$, com o tempo variando entre 0 e 5s.

Solução:

a) Cálculo da velocidade

A resolução será feita por dois processos diferentes para calcular a velocidade: o tradicional utilizando a equação da velocidade média que é a mesma para diferentes tipos de movimentos, e outro com a aplicação do cálculo diferencial.

Tradicional

Considere que s_f é a posição final e s_i posição inicial

t_f tempo final e t_i tempo inicial

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{(20 + 2t_f) - (20 + 2t_i)}{t_f - t_i} \\ &= \frac{20 + 2t_f - 20 - 2t_i}{t_f - t_i} = \frac{2(t_f - t_i)}{t_f - t_i} = 2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

No MU a velocidade é constante para qualquer intervalo de tempo, portanto a velocidade média é igual a velocidade instantânea: $v_m = v_{inst}$

Cálculo Diferencial

$$\begin{aligned} v_{inst} &= \frac{ds}{dt} = \frac{d(20+2t)}{dt} = \frac{d(20)}{dt} + \frac{(2t)}{dt}, \text{ equivale a } \frac{dv}{dt} = \frac{dc}{dt} + \frac{d(ct)}{dt} \\ v_{inst} &= 0 + 2 = 2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Ao comparar os dois processos de resolução para encontrar a velocidade, verifica-se que usando a ferramenta do cálculo diferencial é mais rápido e exige menos cálculo algébrico e memorização de fórmulas.

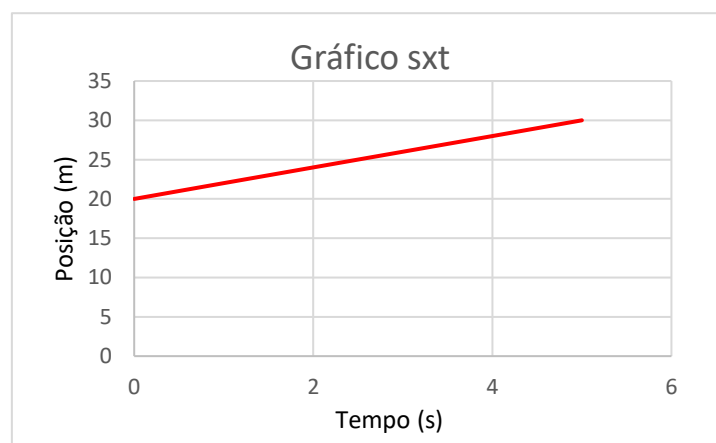
A partir da função horária da posição os alunos deverão encontrar a velocidade e aceleração e construir as tabelas e os gráficos de cada uma das funções.

a) Esboços dos gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$.

Tabela 4 - Registra dados da posição s em função do tempo t referente ao MU.

t	$s(t)=20+2t$
0	20
1	22
2	24
3	26
4	28
5	30

Fonte: Autora, 2018

Figura 5 - Gráfico da função horária $s(t)=20+2t$ no SI.

Fonte: Autores, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

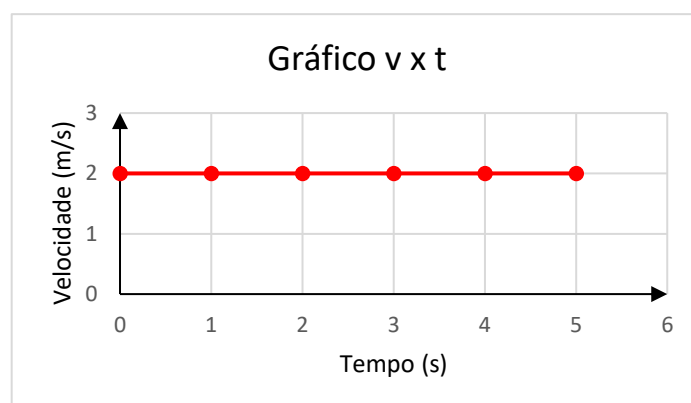
O movimento da pessoa é progressivo ($v > 0$), pois sua posição está aumentando no decorrer do tempo, isso significa que ela está indo no sentido adotado para a trajetória.

Tabela 5 - Registra dados da velocidade v em função do tempo t referente ao MU da pessoa.

t (s)	$v(t)=2$
0	2
1	2
2	2
3	2
4	2
5	2

Fonte: Autora, 2018.

Figura 6 - Gráfico da função horária $v(t)=2 \text{ m/s}$



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

Como a $v(t)$ é função constante, ela não varia no decorrer do tempo, logo seu gráfico é uma reta paralela ao eixo horizontal do tempo (t).

Derivando a função velocidade em relação ao tempo encontra-se a função aceleração, a partir de então constrói-se o gráfico $a \times t$.

Cálculo da aceleração

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(2)}{dt} = 0 \text{ m/s}^2$$

Figura 7 - O gráfico da aceleração $a=0 \text{ m/s}$ no decorrer do tempo



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

O gráfico, Figura 7, da função $a \times t$, é uma reta que coincide com o eixo horizontal do tempo (t), pois sem variação de velocidade não tem aceleração.

Usando as técnicas de derivação, como calcular a velocidade e a aceleração instantânea da atividade aplicando o conhecimento 1, para o instante $t=2h$? Sabe-se que a inclinação da reta tangente a função horária do espaço nos fornece a velocidade. E pode-se calcular esta inclinação através da derivada desta função. Logo, a derivada da função horária dos espaços nos revela a função horária da velocidade. Então:

$$v_{inst} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} = 3t^2. \text{ Com } t=2h \text{ tem-se que: } v = 3 \cdot (2)^2 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ km/h}$$

A inclinação da reta tangente, em um ponto do gráfico da função velocidade, nos fornece a aceleração instantânea, que pode ser encontrada derivando a função velocidade $v=3t^2$.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(3t^2)}{dt} = 6t. \text{ Para } t=2h, \text{ vem que: } a = 6t = 6 \cdot 2 = 12 \text{ km/h}^2$$

O resultado nos mostra que a aceleração varia em função do tempo. Portanto, isto significa que, neste caso, o móvel faz um movimento variado (aceleração não é constante e diferente de zero), ou seja, não é MU (velocidade constante e diferente de zero) e nem MUV (aceleração constante e diferente de zero).

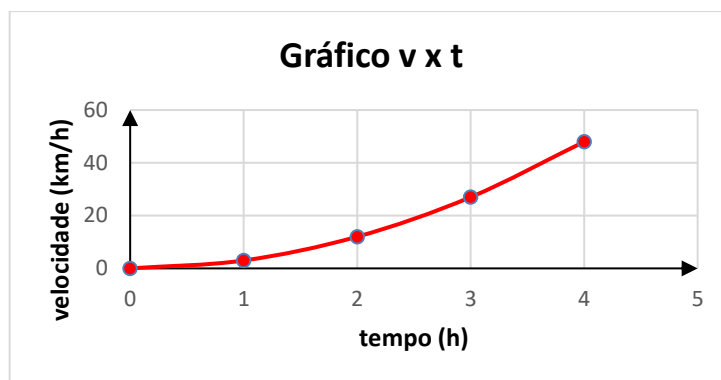
Construindo os gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$, pode se entender melhor o movimento realizado pelo móvel no intervalo de 0 a 4h.

Figura 8 - O gráfico da função horária $s(t) = t^3$, com a posição em km e o tempo em h.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Figura 9 - O gráfico da função horária $v(t) = 3t^2$ do móvel, com a velocidade em km/h



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Figura 10 - O gráfico da função horária da aceleração $a(t) = 6t$, com aceleração em km/h^2



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Praticando 3: A função da posição no movimento retilíneo uniformemente variado é $s(t) = 10 + 2t + 2t^2$, de acordo com o Sistema Internacional (SI), determine:

a) A função horária da velocidade.

Tradicional

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{(10 + 2t_f + 2t_f^2) - (10 + 2t_i + 2t_i^2)}{t_f - t_i}$$

$$v = \frac{10 + 2t_f + 2t_f^2 - 10 - 2t_i - 2t_i^2}{t_f - t_i} = \frac{2(t_f - t_i) + 2(t_f + t_i)(t_f - t_i)}{t_f - t_i} = 2 + 2(t_f + t_i)$$

Quando $t_f \rightarrow t$, (t_f tende a t), temos a velocidade instantânea, ou seja a velocidade num instante t qualquer. Logo,

$$v = 2 + 2t + 2t = 2 + 4t \text{ (função horária da velocidade)}$$

Cálculo Diferencial

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(10 + 2t + 2t^2)}{dt} = \frac{d(10)}{dt} + \frac{d(2t)}{dt} + \frac{d(2t^2)}{dt} + 0 + 2 + 4t$$

$$v = 2 + 4t \text{ (função horária da velocidade)}$$

b) A função aceleração e calcule a aceleração.

Tradicional

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_f - v}{t_f - t} = \frac{(2 + 4t_f) - (2 + 4t_i)}{t_f - t_i} = \frac{2 + 4t_f - 2 - 4t_i}{t_f - t_i} = \frac{4(t_f - t_i)}{t_f - t_i} = 4 \text{ m/s}^2$$

Cálculo diferencial

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(2 + 4t)}{dt} = \frac{d(2)}{dt} + \frac{d(4t)}{dt}$$

$$a = 0 + 4$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

A função aceleração é constante, logo o valor da aceleração não varia no decorrer do tempo, esta é uma característica do MUV.

c) Esboce os gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$ para o tempo variando entre 0 e 5s.

Tabela 6 - Fornece a posição s do móvel em função do tempo t

$t(s)$	$s(t) = 10 + 2t + 2t^2$
0	10
1	14
2	22
3	34
4	50
5	70

Fonte: Autora, 2018

Figura 11 - O gráfico da função horária $s(t) = 10 + 2t + 2t^2$, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Como a função horária do espaço é um polinômio do 2º grau o gráfico é uma parábola, com a concavidade voltada para cima porque a aceleração é positiva.

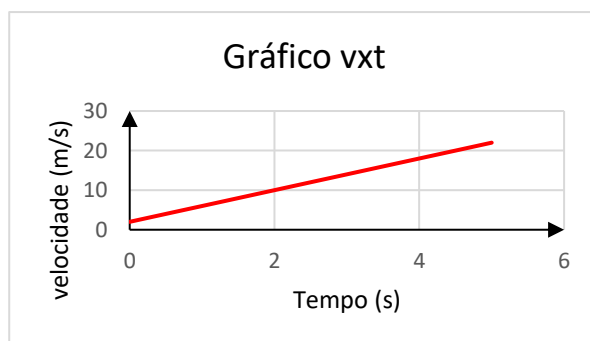
Tem-se que a função horária da velocidade é dada por $v(t) = 2 + 4t$. Atribuindo valores para t encontra-se seu correspondente da velocidade. A partir de então é possível construir o gráfico da função.

Tabela 7 - Registra a velocidade (v) do móvel em função do tempo (s).

$t(s)$	$v(t) = 2 + 4t$
0	2
1	6
2	10
3	14
4	18
5	22

Fonte: Autora, 2018

Figura 12 - Gráfico da função horária $v(t) = 2 + 4t$, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Como a velocidade varia uniformemente no decorrer do tempo o gráfico é uma reta inclinada em relação ao eixo horizontal do tempo.

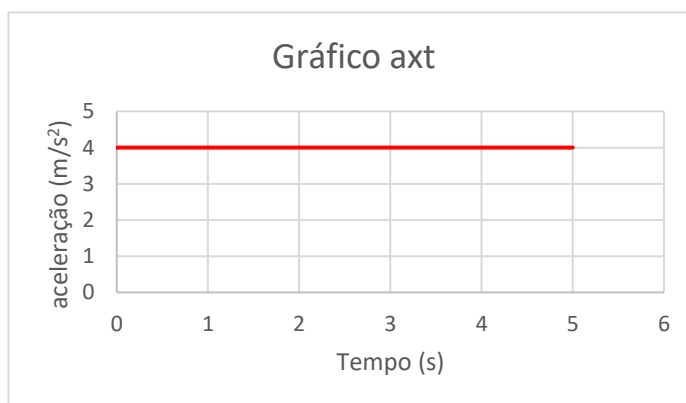
A função da aceleração é expressa por $a = 4 \text{ m/s}^2$. Como é um valor constante, seu gráfico é uma reta paralela ao eixo do tempo. A tabela 8 traz alguns pontos para a construção do gráfico.

Tabela 8 - Registra a aceleração a do móvel em função do tempo t .

$t(\text{s})$	$a(t) = 4 \text{ m/s}^2$
0	4
1	4
2	4
3	4
4	4

Fonte: Autora, 2018

Figura 13 - Gráfico da função aceleração $a = 4 \text{ m/s}^2$.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

A partir dos gráficos percebe-se que o movimento é **progressivo e acelerado**, pois o módulo da velocidade aumenta no decorrer do tempo, e também o sinal da velocidade e aceleração são iguais, no intervalo de 0 a 5s.

No Quadro 1, pode se ver o resumo dos diferentes tipos de movimento e suas principais características através do uso do Cálculo Diferencial.

Quadro 1 - Aplicação do cálculo diferencial e o estudo dos movimentos

FUNÇÃO HORÁRIA	MOVIMENTO VARIADO (MV)	MOVIMENTO UNIFORME (MU)	MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO (MUV)
POSIÇÃO $s(t)$	$s(t) = t^3$	$s(t) = 20 + 2t$	$s(t) = 10 + 2t + 2t^2$
VELOCIDADE $v = \frac{ds}{dt}$	$v = \frac{d(t^3)}{dt} = 3t^2$	$v = \frac{d(20+2t)}{dt}$ $v = \frac{d(20)}{dt} + \frac{d(2t)}{dt}$ $v = 0 + 2 = 2$	$v = \frac{d(10+2t+2t^2)}{dt}$ $v = \frac{d(10)}{dt} + \frac{d(2t)}{dt} + \frac{d(2t^2)}{dt}$ $v = 0 + 2 + 4t = 2 + 4t$
ACELERAÇÃO $a = \frac{dv}{dt}$	$a = \frac{d(3t^2)}{dt}$ $a = 6t$	$a = \frac{d(2)}{dt} = 0$	$a = \frac{d(2+4t)}{dt}$ $a = \frac{d(2)}{dt} + \frac{d(4t)}{dt} = 0 + 4 = 4$

Fonte: Autora, 2018

- MV: velocidade e aceleração são variáveis.
- MU: velocidade constante, diferente de zero e aceleração nula.
- MUV: Velocidade variável e aceleração constante.

6 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

6.1 Música e a noção de limites e derivadas

6.1.1 Velocidade Instantânea, Movimento Uniforme e Uniformemente Variado.

Conteúdo: Velocidade Instantânea

Tempo: 6 aulas

Objetivos: Compreender noção intuitiva de limites e de derivada e suas aplicações no cálculo da velocidade instantânea.

Pré-requisitos matemáticos e físicos:

- Plano cartesiano e a construção de gráficos;
- Funções polinomiais e tabela;
- Produtos notáveis e fatoração;
- Funções horárias do movimento: posição, velocidade e aceleração.

Recursos:

- Computador;
- Caixa de som e o áudio/vídeo da música de Roberto Carlos: 120... 150... 200 km, por hora, disponível em: <https://www.lettras.mus.br/roberto-carlos/225455/>.
- Projetor multimídia;
- Ficha impressa de acompanhamento da aula (Apêndice A).

Procedimentos

1ª Parte - Construção do sentido e do significado

Professor, como sugestão de organizador prévio, inicie o tema proporcionando uma situação próxima à realidade do aluno. Para isto apresente à turma um áudio/vídeo da música do Roberto Carlos/Erasmão Carlos conforme, Figura 14, gravada em 1970 e regravação pelo cantor Leonardo no ano de 2000. Atenção na letra da música.

Figura 14 - Letra da música 120...150...200 km por hora de Roberto Carlos e Erasmão Carlos

As coisas estão passando mais depressa
 O ponteiro marca 120
 O tempo diminui
 As árvores passam como vultos
 A vida passa, o tempo passa
 Estou a 130
 As imagens se confundem
 Estou fugindo de mim mesmo
 Fugindo do passado, do meu mundo
 assombrado
 De tristeza, de incerteza
 Estou a 140
 Fugindo de você

Eu vou voando pela vida sem querer chegar
 Nada vai mudar meu rumo nem me fazer
 voltar
 Vivo, fugindo, sem destino algum
 Sigo caminhos que me levam a lugar
 nenhum

O ponteiro marca 150
 Tudo passa ainda mais depressa
 O amor, a felicidade
 O vento afasta uma lágrima
 Que começa a rolar no meu rosto
 Estou a 160
 Vou acender os faróis, já é noite
 Agora são as luzes que passam por mim
 Sinto um vazio imenso

Eu vou sem saber pra onde nem quando vou
 parar
 Não, não deixo marcas no caminho pra não
 saber voltar
 Às vezes sinto que o mundo se esqueceu de
 mim
 Não, não sei por quanto tempo ainda eu vou
 viver assim

O ponteiro agora marca 190
 Por um momento tive a sensação
 De ver você a meu lado
 O banco está vazio
 Estou só, a 200 por hora
 Vou parar de pensar em você
 Pra prestar atenção na estrada

Vou sem saber pra onde nem quando vou
 parar
 Não, não deixo marcas no caminho pra não
 saber voltar
 Às vezes, às vezes sinto que o mundo se
 esqueceu de mim
 Não, não sei por quanto tempo ainda eu vou
 viver assim
 Eu vou, vou voando pela vida
 Sem querer chegar

Fonte: Letras. <https://www.lettras.mus.br/roberto-carlos/225455/>.

2ª Parte - Apresentação do conteúdo

Agora, explore a música de modo que os conceitos não sejam apresentados prontos para os alunos. Em seguida eles devem responder, com a sua mediação aos questionamentos propostos e construir o significado e o sentido do conteúdo em estudo.

Atividades 1

Leia o fragmento da música e responda:

“As coisas estão passando mais **depressa** o ponteiro marca 120 o tempo **diminui**”

1. As palavras em negrito neste fragmento de texto representam quais grandezas físicas?

Resposta: Velocidade e tempo

2. Essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

Resposta: São inversamente proporcionais. A medida que a velocidade aumenta o tempo diminui.

3. A velocidade escalar instantânea, presente na música é um conceito da Cinemática uma parte da Física. Diga em quais trechos da música é possível perceber o uso deste conceito. Justifique sua resposta.

Resposta: A velocidade escalar instantânea é apresentada nos instantes em que ele canta o registro da velocidade presente no velocímetro (120,..., 150,...,200km/h).

4. Qual referencial está sendo considerado no seguinte trecho da música “**as árvores passam como vultos**”? Alguém que esteja sentado à beira da estrada, próximo às árvores, teria essa mesma impressão? Justifique.

Resposta: O referencial é o carro. Não, alguém sentado à beira da estrada verá as árvores em repouso. Porque a percepção de movimento depende do referencial adotado.

5. Vamos supor que o carro está variando a sua velocidade de acordo com a música. Use um cronômetro para registrar o tempo expresso em cada uma das velocidades da Tabela 9. Acione o cronômetro no instante que ouvir a velocidade 120 km/h no áudio.

Tabela 9 - Revela a velocidade v do carro em função do tempo t da música.

Velocidade (km/h)	120	130	140	150	160	180	190	200
Tempo (s)	0	22	48	100	120	135	185	198

Fonte: Autora, 2018.

Agora, Calcule a velocidade média do veículo em m/s, no intervalo de tempo marcado.

Afinal o que é velocidade instantânea?

É a velocidade escalar do móvel num dado instante. Se tomarmos como exemplo, um carro numa estrada, a leitura do velocímetro num instante t_1 é sua velocidade instantânea v_1 .

A velocidade escalar instantânea v_1 é o valor limite a que tende a velocidade escalar média $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, quando Δt tende a zero. $v_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Professor explique a definição de velocidade instantânea e o modo como ela aparece nos livros didáticos, proponha em seguida o desenvolvimento do limite, conforme apresentado no capítulo 5, p.15, para a compreensão intuitiva da ideia de limite e do cálculo da velocidade instantânea por este processo. Depois apresente aos alunos a noção de derivadas e das técnicas de derivação presente no subcapítulo 5.2.

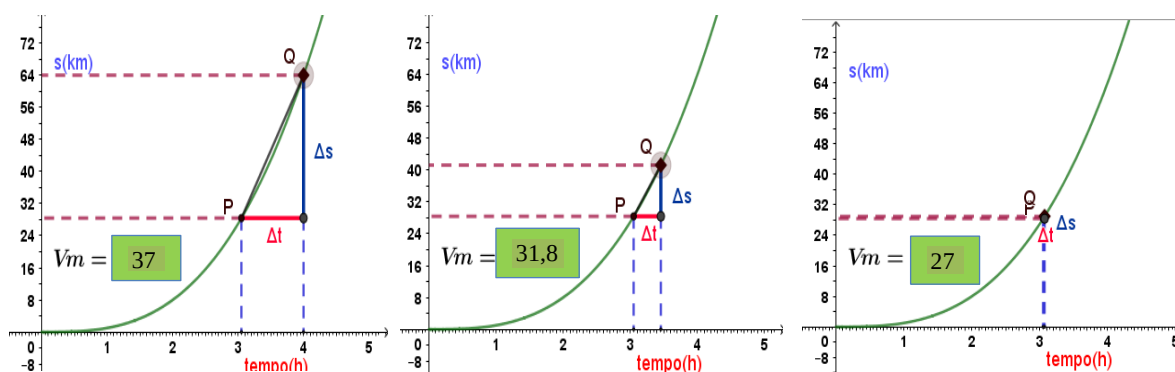
3ª Parte – Verificação da aprendizagem:

Converse um pouco com os alunos e veja o que eles entenderam sobre a velocidade instantânea e o processo de limite para encontrá-la, através da derivação. E também, para encontrar a aceleração do móvel a partir da derivada da função horária da velocidade. Nesse momento oferecemos algo diferente da situação inicial apresentada para verificar se o aluno conseguiu compreender significativamente o que foi ensinado sobre velocidade instantânea.

Professor proponha aos alunos que analise a Figura 15, que mostra a função do movimento de uma partícula no decorrer do tempo. Se preferir você pode construir também esse gráfico no *GeoGebra* para realizar a animação do ponto Q, manipulando-o sobre a curva $s(t)$, diminuindo cada vez mais o intervalo de tempo.

Exercício 1: Baseado no Gráfico, responda:

Figura 15 – Gráfico da função horária $s(t)=t^3$ que mostra a variação do ponto Q até se aproxima do ponto P.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software GeoGebra)

- a) Qual a velocidade média no intervalo de 3 a 4h?

Resposta: 37 km/h

- b) O que ocorre com a variação do espaço e do tempo quando o ponto Q se aproxima de P?

Resposta: Os intervalos de tempo e de espaço diminuem

- c) No gráfico, qual é a velocidade do móvel no instante $t=3$?

Resposta: 27 km/h

- d) Use a função da velocidade média, aplique o processo de limite para calcular a velocidade instantânea do móvel.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(3 + \Delta t)^3 - (3)^3}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{27 + 27\Delta t + 9\Delta t^2 + \Delta t^3 - 27}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta t(27 + 9\Delta t + \Delta t^2)}{\Delta t} = 27 \text{ km/h}$$

e) Calcule a velocidade do móvel no instante $t = 3\text{h}$ aplicando a operação de derivada.

Função horária $s(t) = t^3$.

Resposta: $v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^3)}{dt} = 3t^2 = 3 \cdot (3)^3 = 3 \cdot 9 = 27 \text{ km/h}$

Exercício 2: Um ciclista se move em MUV que obedece à seguinte função horária dos espaços: $s(t) = 12 - 8t + t^2$ em metros e tempo em (s). Agora, faça o que se pede.

a) Represente graficamente o espaço em função do tempo no intervalo de 0 s a 8 s.

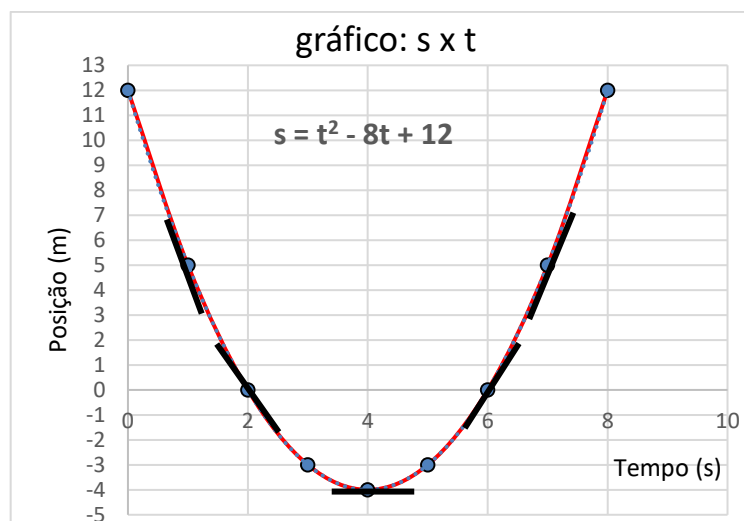
Tabela 10 - Fornece a posição s do móvel em função do tempo t .

t (s)	s (m)	(t, s)
0	$s = 12 - 8 \cdot 0 + 0^2 = 12$	(0, 12)
1	$s = 12 - 8 \cdot 1 + 1^2 = 5$	(1, 5)
2	$s = 12 - 8 \cdot 2 + 2^2 = 0$	(2, 0)
3	$s = 12 - 8 \cdot 3 + 3^2 = -3$	(3, -3)
4	$s = 12 - 8 \cdot 4 + 4^2 = -4$	(4, -4)
5	$s = 12 - 8 \cdot 5 + 5^2 = -3$	(5, -3)
6	$s = 12 - 8 \cdot 6 + 6^2 = 0$	(6, 0)
7	$s = 12 - 8 \cdot 7 + 7^2 = 5$	(7, 5)
8	$s = 12 - 8 \cdot 8 + 8^2 = 12$	(8, 12)

Fonte: Autora, 2018.

b) Construção do gráfico sxt baseado nos dados obtidos na Tabela 10.

Figura 16 - Gráfico da função horária $s(t) = 12 - 8t + t^2$, No SI.



Fonte: DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V, 2016. Adaptada pela autora (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

c) Trace retas tangentes em alguns pontos do gráfico no intervalo de 0s a 8s e analise a variação da velocidade.

- A velocidade é nula ($v=0$) no instante $t=4s$
- Entre o intervalo de 0s a 4s a velocidade é negativa (sentido contrário da trajetória), e decresce em módulo, portanto o movimento é retardado ($v<0$ e $a>0$)
- Entre o intervalo de 4s a 8s, a velocidade é positiva (mesmo sentido da trajetória) e cresce em módulo, logo o movimento é acelerado. ($v>0$ e $a>0$)
- De acordo com a inclinação da reta tangente a velocidade, em módulo, é maior no instante $t=1s$ do que em $t=6s$, sendo igual, em módulo, nos instantes $t=0$ e $t=8s$, em $t=2s$ e $t=6s$, em $t=3s$ e $t=5s$. Também pode-se observar isto através da simetria do gráfico.
- A partícula inverte o sentido da sua trajetória no instante $t=4s$.

d) Determine a função horária da velocidade e construa o gráfico $v \times t$, de 0s a 8s?

Processo A

Sabe-se que a função horária da velocidade no MUV é dada por: $v=v_0 + at$ e que a função horária da posição é $s(t) = s_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2$. Logo, $s(t) = 12 - 8t + \frac{1}{2}t^2$, comparando as duas funções obtém-se:

$$v_0 = -8\text{m/s}$$

$$\frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = 2\text{m/s}^2$$

$$\text{Portanto, } v = -8 + 2t \text{ (SI)}$$

Processo B

A derivada da função horária da posição nos fornece a função horária da velocidade, Então:

$$v_{inst} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(t^2 - 8t + 12)}{dt} = \frac{d(t^2)}{dt} - \frac{d(8t)}{dt} + \frac{d(12)}{dt} = 2t - 8 + 0 \rightarrow v = 2t - 8.$$

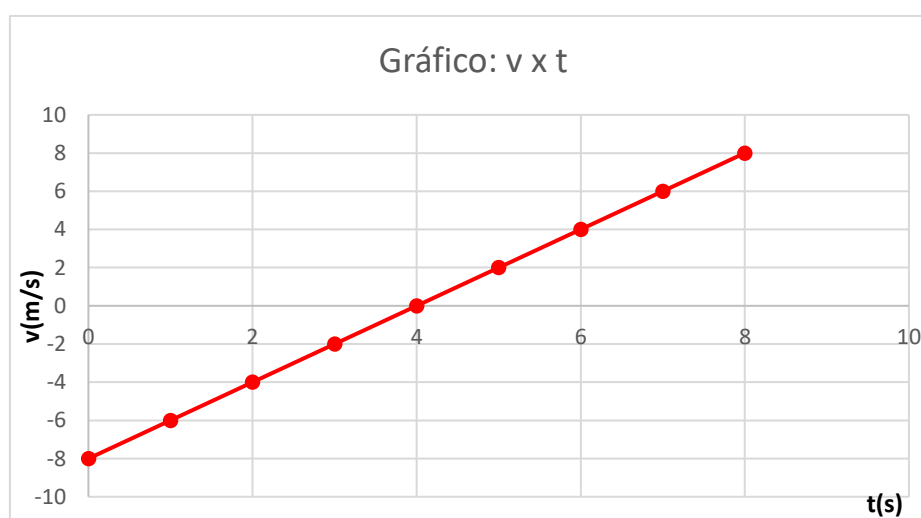
Os valores de tempo e velocidade estão relacionados na Tabela 10.

Tabela 11 - Fornece a relação entre a velocidade (v) e tempo (t) no intervalo de 0s a 8s.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
v (m/s)	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Fonte: DOCA, R. H.; BISCUOLA, G. J.; BÔAS, N. V, 2016. Adaptada pela autora

Figura 17 - Gráfico da função horária $v(t) = -8 + 2t$, no SI, no intervalo de tempo de 0s a 8s.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

6.2 Modelagem Matemática e as regras de derivação

6.2.1 Movimento uniformemente variado: Queda livre

Conteúdos: Funções Horárias: Posição, Velocidade e Aceleração no MU e MUV

Tempo: 4 aulas

Objetivos: Compreender o significado das regras de derivação a partir de conceitos da Cinemática que envolvem deslocamento, velocidade escalar e aceleração instantânea no (MU) e (MUV).

Pré-requisitos matemáticos e físicos:

- Plano cartesiano e a construção de gráficos;
- Funções polinomiais e tabela;
- Produtos notáveis e fatoração;
- Funções horárias do movimento: posição, velocidade e aceleração.

Recursos:

- Computador;
- *Software Tracker*;
- Projetor multimídia;
- Filmadora e vídeo do experimento cinemático a ser analisado
- Bola
- Ficha impressa de acompanhamento da aula

Procedimentos

Nessa aula, sugerimos o uso do *software Tracker*⁵ que é disponibilizado gratuitamente na internet. Para utilizá-lo você deve inserir um vídeo no programa, que pode ser gravado através de uma filmadora, máquina fotográfica ou celular. Após inserir o vídeo, o programa fornece ferramentas que possibilitam a análise do experimento, entre elas: eixos coordenados, fita de calibração, controle para ajustar o início e o final do vídeo nos pontos que interessa para a análise. Os dados são coletados e o programa gera tabelas e gráficos sobre o movimento em

⁵ Para fazer o download gratuito e tirar quaisquer dúvidas sobre como usar o Tracker acesse o link: http://www2.fisicaemrede.com/pluginfile.php/2584/mod_label/intro/TUTORIAL%20TRACKER%20PIBID%20Walfredo%20v1-2.pdf

estudo: velocidade, aceleração, tempo e posição. E ainda, ajusta a melhor curva para modelar matematicamente as informações do experimento.

Os experimentos, na maioria das vezes, requerem muito tempo e a coleta dos dados para posterior análise exige muitas repetições na busca de resultados o mais próximo do real possíveis. Um obstáculo é a sala de aula, que na maioria das vezes não se constitui um ambiente propício para a realização do experimento, requerendo que os alunos sejam transferidos para outro local. Dessa forma, a utilização do *Tracker* nos permite agilizar o processo de aquisição dos dados experimentais, devido a precisão das informações (posição, tempo, velocidade e aceleração) geradas através da análise do vídeo. E ainda, diminui riscos com manipulação de materiais para levantar os dados físicos.

1ª Parte - Construção do sentido e do significado:

Professor, pode-se explorar os conceitos prévios dos alunos sobre queda livre, fazer indagações do tipo “Qual objeto cai mais rápido a pena ou a maçã? ”. Dialogar sobre o pensamento de Aristóteles: corpos mais pesados caem mais rápido, assim como aponta o senso comum. Entretanto, alguns séculos depois de Aristóteles, Galileu Galilei provou experimentalmente que essa ideia estava equivocada, pois sem a resistência do ar os corpos caem ao mesmo tempo.

Na sequência deve-se solicitar um aluno voluntário para iniciar o experimento de queda livre. O aluno soltará um objeto de sua mão, conforme Figura 18, realiza-se a filmagem do evento, depois faz a inserção do vídeo e sua análise no software *Tracker*.

Figura 18 - Movimento de queda livre de uma bola na tela inicial do *Tracker*



Fonte: Autora, 2018.

Após inserir o vídeo no *Tracker* deve-se posicionar os eixos coordenados de modo que a origem coincida com o chão, o eixo vertical deve estar alinhado com o objeto que será solto. Realiza-se o corte no vídeo para apresenta apenas o primeiro quadro do vídeo (quando o objeto é solto) e último quadro do vídeo (quando cai no chão) para fazer a análise do fenômeno. Depois, seleciona-se a fita de calibração, escolhe um ponto (objeto) presente na filmagem que se conhece as dimensões e ajusta as imagens de acordo com essas medidas, informando-as ao programa. Na última parte, seleciona-se o objeto que cairá como ponto de massa. Depois clica-se no objeto e marca a sua posição durante a trajetória de queda.

O programa fará a coleta dos dados de tempo de queda e da posição em cada instante e organizará esses dados em tabelas. O professor deverá utilizar estas informações para repassá-las aos alunos para que eles possam construir uma tabela e o gráfico do movimento observado.

2ª Parte – Apresentação do Conteúdo

De posse dos dados obtido no experimento e informado pelo programa os alunos construirão uma tabela para registrar todas as posições do objeto e o tempo de queda para cada uma dessas posições. Como os eixos coordenados foram posicionados no chão, a trajetória adotada como referência no eixo vertical foi para cima e o objeto solto a altura de 1,313m.

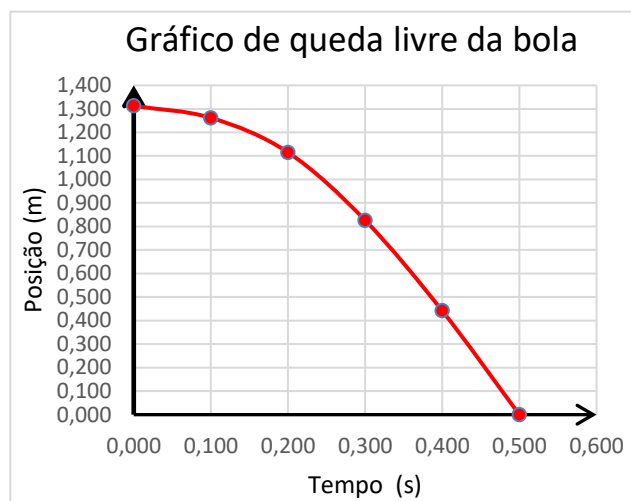
Tabela 12 - Registra a posição s em função do tempo t

Tempo (s)	Posição (m)
0,000	1,313
0,100	1,262
0,200	1,115
0,300	0,826
0,400	0,441
0,500	0,000

Fonte: Autora, 2018.

A partir da tabulação dos dados posição e tempo constrói-se o seu gráfico e realiza-se a sua interpretação conforme a organização dos pontos.

Figura 19 - O gráfico da função horária $s(t) = s_0 + v_0t - \frac{g}{2}t^2$, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel).

Ao analisar os pontos observa-se que o gráfico que melhor descreve o movimento é o de uma parábola, cujo polinômio é do 2º grau do tipo: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Escrevendo-o em termos dos parâmetros físicos, tem-se que:

$c = s_0$ posição inicial

$b = v_0$ velocidade inicial

$a = -g$ aceleração da gravidade (negativa porque o sentido adotado da trajetória é para cima). Portanto, o modelo matemático adequado é $s(t) = s_0 + v_0t - \frac{g}{2}t^2$, em que a aceleração da gravidade é dividida pela constante dois.

Interpretando os dados:

Analisando a tabela e o gráfico tem-se que a posição da bola no instante $t=0s$, é dado por $s=1,313m$, se sua velocidade inicial é zero, ou seja, $v_0=0$. Substituindo em $s(t) = s_0 + v_0t - \frac{g}{2}t^2$, temos que $s(t) = 1,313 - \frac{g}{2}t^2$.

Pode-se escolher qualquer valor de tempo da Tabela 12 e seu correspondente na posição para se encontrar g (aceleração). Neste caso, escolheu-se o segundo valor da tabela para calcular a aceleração da gravidade. De acordo com a tabela para $t=0,100s$ corresponde a posição $s=1,262m$, logo $s(0,100) = 1,262m$, substituindo na função encontrada, temos que:

$$1,262 = 1,313 - \frac{g}{2}t^2$$

$$-\frac{g}{2}(0,100)^2 = 1,313 - 1,262$$

$$-0,01g = 2 \cdot 0,051$$

$$-0,01g = 0,102, \text{ logo temos que: } g = -10,2 \text{ m/s}^2$$

Dessa forma o modelo matemático que descreve o movimento de queda livre é fornecido pela função $s(t) = 1,313 - 5,1t^2$ (função horária da posição da bola em queda livre)

Testando o modelo matemático

Os dados coletados no *software Tracker* referentes à posição (s) e do tempo (t) a cada instante estão registrados na Tabela 13.

Tabela 13 - Dados obtidos no *software Tracker*

Tempo (s)	Posição (m)
0,000	1,313
0,100	1,262
0,200	1,115
0,300	0,826
0,400	0,441
0,500	0,000

Fonte: Autora, 2018.

O modelo matemático construído gerou dados da posição (s) em função do tempo (t) com valores próximos ao encontrado no *software*, conforme pode ser visto na Tabela 14.

Tabela 14 - Tabela dos dados obtidos através do modelo matemático $s(t)=1,313 - 5,1t^2$.

Tempo (s)	Posição (m)
0,0	1,3130
0,1	1,2620
0,2	1,1088
0,3	0,8538
0,4	0,4970
0,5	0,0381

Fonte: Autora, 2018.

Ao analisar a tabela verifica-se que o modelo matemático construindo na SD é válido, pois mostrou-se muito próximo dos valores da posição em função do tempo, obtidos pelo *software*.

Derivando a função horária de posição de queda livre da bola, vamos encontrar a velocidade da bola no SI.

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(1,113 - 5,1t^2)}{dt}$$

$$v = -10,2t \text{ m/s (função horária da velocidade da queda da bola)}$$

Derivando a função horária da velocidade de queda livre da bola, vamos encontrar a aceleração da bola no SI.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(-10,2t)}{dt}$$

$$a = -10,2 \text{ m/s}^2 \text{ (aceleração da bola)}$$

Agora, calcule a velocidade da bola nos instantes $t = 0,2\text{s}$; $t = 0,4\text{s}$. O movimento é acelerado ou retardado?

Para $t = 0,2\text{s}$

$$v(0,2) = -10,2 \cdot 0,2$$

$$v(0,2) = -2,04 \text{ m/s}^2$$

Para $t = 0,4\text{s}$

$$v(t) = -10,2 \cdot 0,4$$

$$v(0,2) = -4,08 \text{ m/s}^2$$

O módulo da velocidade aumentou no decorrer do tempo, e velocidade e aceleração tem mesmo sinal. Portanto, o movimento é acelerado. Isto significa que a velocidade aumenta, conforme o corpo cai, ou seja, ela será máxima quando tocar o solo.

Entretanto, sabe-se que a gravidade na Terra é de aproximadamente $9,8\text{m/s}^2$ e o modelo nos forneceu $10,2 \text{ m/s}^2$. Qual foi o percentual de erro (E)?

A diferença entre o valor obtido no modelo e a gravidade da Terra é dado por: $D = 10,2 - 9,8 = 0,4 \text{ m/s}^2$. Então, $E = \frac{0,4}{9,8} = 0,408$, multiplicando por 100, temos que erro foi aproximadamente 4,1%.

Pode-se calcular o erro utilizando regra de três simples.

9,8	—————	100%	➡	$x = \frac{10,2 \cdot 100}{9,8} \cong 104,1\%$
10,2	—————	x		$E = 104,1 - 100 = 4,1\%$

Isto nos revela um erro de aproximadamente 4,1% .

Atribuímos o erro as condições de realização do experimento e a distorção das imagens da filmagem.

O movimento da bola em queda livre é do tipo retilíneo uniformemente variado, que é caracterizado por variar a velocidade a cada segundo por uma aceleração constante e diferente de zero.

3ª Parte – Verificação da aprendizagem:

Nesta etapa, o exercício proposto foi construído para que o aluno aplique os conhecimentos adquiridos sobre modelagem e o MUV, utilizando tanto as técnicas tradicionais do processo de resolução como também, a operação de derivada.

Exercício 1: Uma moeda é lançada na direção de um poço dos desejos, de acordo com a Figura 20. Ela atinge o ponto máximo a uma altura de 1m da borda do poço e cai verticalmente a partir deste ponto, demorando 2s para chegar ao fundo do poço. Observe a tirinha e resolva as questões.

Observação: No ponto máximo, a velocidade da moeda é nula, então $v_0=0\text{m/s}$.

Figura 20 – Retrata a postura de usuários das redes sociais, que apesar de crítica, não tem uma ação efetiva no mundo.



Fonte: DIAS, Joyce. YONAH, 2013.

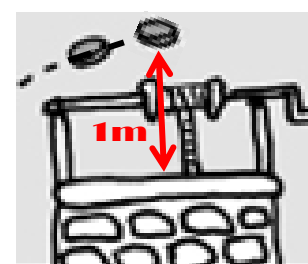
- a) Considerando a Figura 20.1 e que $s(2) = 0$, responda de acordo com o SI, qual é a profundidade do poço?

Como a moeda se encontra no ponto máximo de sua trajetória, e adotando para cima o sentido positivo, temos que:

$$s(t) = s_0 + v_0 t - \frac{g}{2} t^2$$

$$s(2) = s_0 - 9,8 \cdot 2, \text{ como } s(2) = 0, \text{ temos que:}$$

$$s(2) = s_0 - 19,6$$



$$0 = s_0 - 19,6$$

$s_0 = 19,6$ m (posição inicial da moeda)

Profundidade do poço é $19,6 - 1,0 = 18,6$ m

Figura 20.1 - Adaptada pela autora

b) Qual a velocidade da moeda no instante $t = 1$ s.

A função que modela a posição da moeda em função do tempo é $s(t) = 19,6 - \frac{9,8}{2}t^2$,

então, a função velocidade é dada por:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(19,6)}{dt} + \frac{d(\frac{9,8}{2}t^2)}{dt} = 0 - 9,8t = -9,8t$$

$v(1) = -9,8 \cdot 1 = -9,8$ m/s (velocidade da moeda no instante $t=1$ s)

c) Construa os gráficos: $s \times t$ e $v \times t$.

Tabela 15- Registra a posição da moeda em função do tempo t , adotando-se para cima a o sentido positivo da trajetória e os eixos coordenados posicionados ao nível do fundo do poço

$t(s)$	0	0,5	1	1,5	2
$s(m)$	19,6	18,375	14,7	8,575	0

Fonte: Autora, 2018.

Os dados obtidos, na Tabela 15, nos mostram que a moeda está em sentido contrário à trajetória adotada.

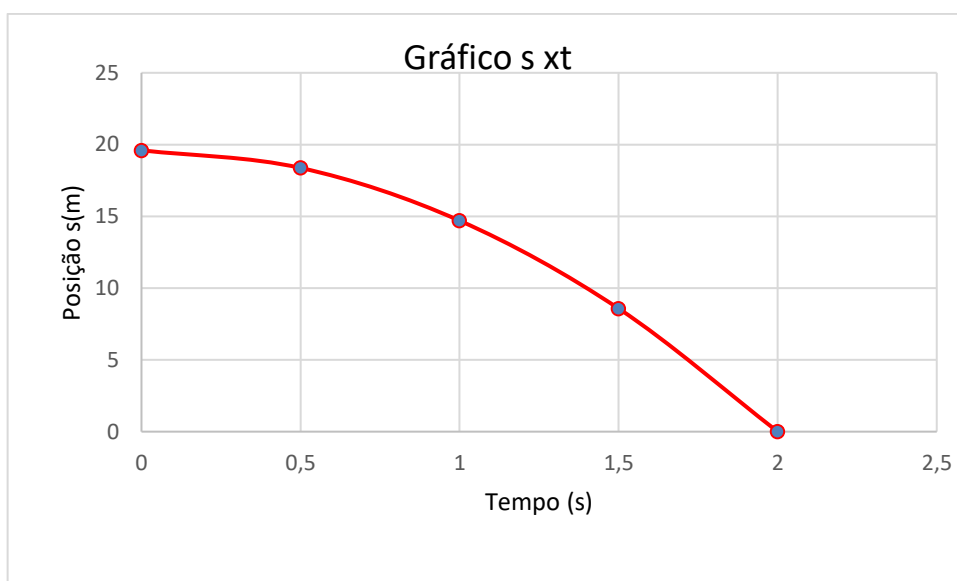
Tabela 16 - Registra a velocidade da moeda no decorrer do tempo de queda.

$t(s)$	0	0,5	1	1,5	2
$v(m)$	0	-4,9	-9,8	-14,7	-19,6

Fonte: Autora, 2018.

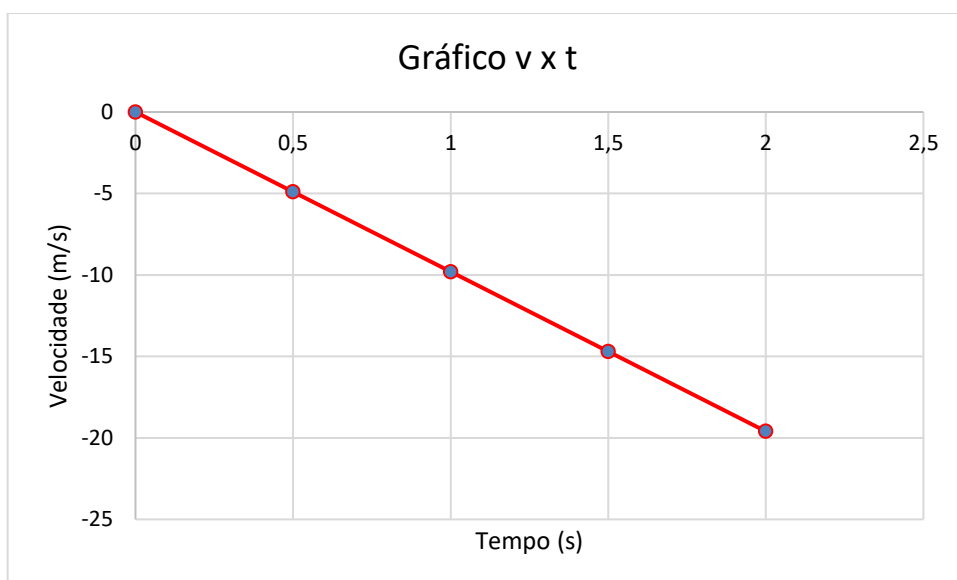
Como o movimento da moeda está contrário ao da trajetória, temos então que a velocidade é negativa.

Figura 21 - O gráfico da função horária $s(t) = 19,6 - \frac{9,8}{2}t^2$, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

Figura 22 - O gráfico da função horária $v(t) = -9,8t$, no SI.



Fonte: Autora, 2018. (Gráfico construído com o Software Microsoft Excel)

6.3 Jogos Educacionais e o Ensino de Potência

6.3.1 Potência

Conteúdo: Potência instantânea

Tempo: 6 aulas

Objetivos:

- Sistematizar o conhecimento científico de Potência explorando o saber espontâneo do aluno sobre este assunto presente no seu cotidiano.
- Despertar o interesse dos discentes pelos os aspectos teóricos da Física e levá-los a compreender a importância, significados e aplicações da Física à sua volta.

Pré-requisitos matemáticos e físicos:

- Técnicas de derivação;
- Conceitos de força e trabalho e normas do Sistema Internacional.

Recursos:

- Projetor multimídia;
- Aplicativo *Kahoot*;
- Computador;
- Conexão à internet;
- Cartas do jogo.

Procedimentos

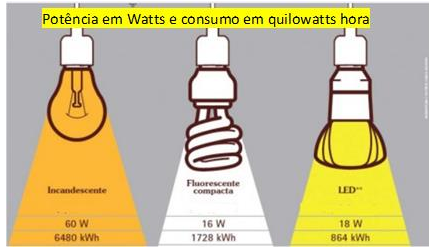
1ª Parte - Construção do sentido e do significado: A sugestão nesta SD é que o professor utilize a plataforma *game web quiz Kahoot*, disponível gratuitamente no link: <https://kahoot.com/welcomeback/> para criar seu próprio *quiz* com perguntas e respostas ou utilizar as questões já elaboradas neste material, que foram construídas explorando a ideia intuitiva de Potência presente no cotidiano dos estudantes e ainda, apresentando alguns termos sistematizado do conteúdo. Os alunos poderão jogar o *quiz* em grupo ou individualmente em sala de aula utilizando um *smartphone*, *tablet* ou *notebook* conectado à internet *wi-fi*. O professor também pode optar em levar os alunos para o laboratório de informática.

Para utilizar a plataforma *Kahoot* é necessário realizar um cadastro. As perguntas devem ter enunciados curtos, porque há limite de caracteres. E o professor tem que inserir o tempo para cada resposta e marcar a correta. O *Kahoot* permite a inserção de imagens e vídeos na

elaboração das questões. Ao final do jogo, fornece um relatório de desempenho de cada participante individualmente no *quiz* e em forma de tabela. Veja o Quadro 2 que traz algumas sugestões de perguntas em forma de *quiz Kahoot* sobre Potência.

Quadro 2- Registra as perguntas e respostas inseridas no *quiz* na plataforma *Kahoot* e o tempo disponível para responder à cada questão.

Nº	Questão	Alternativas	Tempo
1	Observe a imagem e responda qual carro tem melhor desempenho de motor?  De 0 a 100km/h em 7.2s De 0 a 100km/h em 8s De 0 a 100km/h em 6.9s De 0 a 100km/h em 7.3s	a) 1 b) 2 c) 3 d) 4	30s
2	De acordo com a imagem cavalo-vapor (CV) é uma unidade de medida de:  Disponível em: https://images.noticiasautomotivas.com.br/imagens/renault-sandero-oficial-8.jpeg. Acesso em 12/09/2018.	a) Tempo b) Força c) Massa d) Potência	30s
3	Baseado no vídeo, o atleta que venceu o campeonato realizou mais trabalho que último colocado? Link do vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=yIB6i8zDVlk&feature=related.	a) Sim b) Realizou o mesmo trabalho c) Não d) Não realizou trabalho	20s

4	O que significa potência?  Disponível em: https://imagens.noticias.uol.com.br/imagens/renault-sandero-oficial-8.jpg. Acesso em 12/09/2018	a) Relação entre trabalho e tempo que se leva para executá-lo b) É o produto da força pelo deslocamento c) É a razão entre força e deslocamento d) É a energia necessária para se movimentar	30s
5	Numa competição o ciclista que finalizou o percurso em menos tempo, tem:  Numa pista plana a potência média do ciclista foi de 577 Watts http://www.praquempedala.com.br/blog/a-forca-em-watts-que-o-ciclista-tem-que-fazer-para-sobrecarregar-se-70kmh/	a) Maior massa b) Maior trabalho c) Maior potência d) Nenhum trabalho	30 s
6	No Sistema Internacional qual é a unidade de Potência? 	a) Joule b) Watt c) Newton d) quilowatt-hora	30s
7	Qual a relação entre Potência de um equipamento e a energia que ele consome?  Ficha técnica Potência 110W	a) Quanto maior for a Potência maior é o consumo energia. b) Não tem nenhuma relação c) A Potência e a energia são iguais d) Quanto menor Potência maior energia para usar o aparelho	30s
8	(UNIMEP-SP) Se uma máquina realiza um trabalho de 5 000 J em 10 s. A potência média em watts é:	a) 5 kW b) 500 W c) 0,5 W d) 50 W	60s

Fonte: Autora, 2018

2ª Parte – Apresentação do conteúdo: O professor a partir de um diálogo inicia os questionamentos sobre o desempenho dos alunos no *quiz*. E, enfatiza a relação das respostas e o conhecimento científico do conteúdo a ser ensinado. Como sugestão o professor pode iniciar construindo o significado da equação para calcular a potência média, usando a Figura 23, da primeira questão do *quiz*.

Figura 23 - Desempenho de quatro veículos de 0 a 100km/h.



Fonte: Adaptada pela autora.

Questione: O que torna o carro 3 com maior Potência de motor?

Respostas: O carro 3 realiza o mesmo trabalho em menor tempo. Então, pode se dizer que a relação entre as grandezas trabalho e tempo é que define Potência? Sim. Estas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Inversamente. Portanto, Potência é igual ao quociente do trabalho pelo tempo.

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t},$$

Sendo τ o trabalho e Δt a variação do tempo, temos que a Potência média é a taxa de variação na qual o trabalho é realizado. Em outras palavras ela é a razão entre a trabalho e a variação do tempo para realizá-lo. A unidade de potência é o Joule por segundo (unidade de trabalho sobre unidade de tempo no SI), expressa por $\frac{1J}{1s}$, que é igual a 1Watt (W), em homenagem ao engenheiro escocês James Watt.

Vimos no *quiz* que a grandeza Potência foi aplicada em diferentes situações, pois sua especificação depende do sistema em estudo. Por exemplo, fala-se de Potência Elétrica nos geradores, de Potência Térmica em aquecedores e de Potência Mecânica na viabilidade de uma cachoeira para um sistema de conversão hidrelétrico. (HELOU; NEWTON;GUALTER, p. 192).

A Potência Instantânea é o limite da Potência Média quando o intervalo de tempo tende a zero.

$$Pot_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} Pot_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\tau}{\Delta t}$$

Potência Instantânea pode ser calculada usando a noção de derivadas, assim:

$$Pot_{inst} = \frac{d\tau}{dt},$$

Onde: $d\tau$ é uma quantidade infinitesimal ordinária de trabalho realizado durante um pequeno intervalo de tempo.

Exemplo: Um atleta percorre em 10s um circuito de 30m com velocidade de 38 km/h (aproximadamente 11m/s). É aplicado sobre ele uma força horizontal com intensidade igual a 12N. Calcule:

a) A Potência Média.

Resolução: O trabalho realizado é $\tau = \vec{F} \cdot \vec{d} = 12 \times 30 = 360 \text{ J}$

A potência média é: $Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{360}{10} = 36W$

b) E a sua potência no instante 5s.

Resolução: Levando-se em conta que $Pot_{inst} = \frac{d\tau}{dt}$, e que $\tau = \vec{F} \cdot \vec{d}$, pode-se rescrever

Potência Instantânea assim: $Pot_{inst} = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{d})}{dt}$, como a força é constante e a derivada do deslocamento (d) em relação ao tempo (t) é igual a velocidade, a equação que nos fornece a Potência Instantânea fica:

A potência instantânea: $Pot_{inst} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 12 \times 11 = 132W$

3ª Parte – Verificação da aprendizagem: nesta etapa propõe-se situações relacionadas com o Potência que estão presentes no nosso cotidiano e finaliza-se com um jogo de cartas envolvendo os conhecimentos construídos no decorrer da SD.

Atividade1

Costuma-se medir potência de um carro pela velocidade máxima que ele é capaz de atingir em 10 segundos de movimento, em linha reta, a partir do repouso. Para certo carro de massa igual a 1000 kg, essa velocidade máxima é de 108 km/h. Nesta situação:

a) Qual o valor dessa velocidade máxima, em metros por segundos?

Resolução: transforma-se a velocidade de 108 km/h em m/s:

$$108 \frac{km}{h} = \frac{108 km}{1h} = \frac{108}{60min} \times \frac{1000 m}{60 s} = \frac{108}{36} \times \frac{10}{1} = \frac{108}{36} \times \frac{1}{10} = \frac{108}{3,6} = 30 m/s.$$

$$v_m = 30 \text{ m/s}$$

- b) Calcule o valor da aceleração média do carro nesse trecho, em metros por segundos ao quadrado.

Resolução: A aceleração média é o quociente entre variação da velocidade e a variação do tempo.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{10} = 3 \text{ m/s}^2$$

- c) Qual é a força exercida pelo carro?

Resolução: Força é o produto da massa pela aceleração $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{F} = 1000 \times 3 = 3000 \text{ N}$$

- d) Calcule a potência média (watt) que ele desenvolve nesse trecho, desprezando-se os atritos.

Resolução: Potência média é a razão entre a trabalho e a variação do tempo

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{\Delta t} = \frac{3000 \times d}{10}$$

Usando-se a equação de Torricelli $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$ para encontrar o deslocamento do carro.

$$30^2 = 0^2 + 2 \times 3 \times d \Rightarrow 900 = 6d \Rightarrow d = \frac{900}{6} = 150 \text{ m}$$

Portanto,

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{F \cdot d}{10} = \frac{m \times a \times d}{10} = \frac{1000 \times 3 \times 150}{10} = 4,5 \times 10^4 \text{ W}$$

- d) Qual Potência do carro no instante 10s?

Potência instantânea pode ser encontrada derivando a função da Potência média, que é a taxa de variação em relação ao tempo da energia cinética do carro, o que corresponde a uma formulação diferencial.

Resolução: O trabalho é dado por $\tau = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Nesta situação tem-se que os módulos de força é $\vec{F} = 3000 \text{ N}$ e de velocidade é $\vec{v} = 30 \text{ m/s}$. E a derivada o trabalho em relação ao tempo nos revela a força multiplicada pela velocidade o que nos fornece a potência no instante $t=10\text{s}$ é:

$$Pot_{inst} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 3000 \times 30 = 90\,000 = 9 \times 10^4 \text{ W}$$

Observa-se que se a potência média for constante, ou seja, não variar no tempo, a potência instantânea se iguala a média.

Atividade 2: Realização do jogo de cartas como alternativa didática

Nesta atividade, o professor mediará um jogo de adivinhação sobre os tópicos de Potência estudados. Para isto é necessário dividir os alunos em grupos de quatro componentes. Eles deverão a partir da leitura do professor e das dicas presentes nas cartas adivinhar o objeto, a pessoa, o aparelho, entre outros a qual eles se referem.

Cada grupo, em sua vez, terá de escolher um número de 1 a 5. O professor lê a dica do número escolhido. Caso acertem, ganham 1 ponto e caso errem não marcam ponto, passando as dicas para outro grupo, que deverá escolher um número diferente do primeiro no intervalo de 1 a 5. E assim, sucessivamente, ganhará o jogo o grupo que tiver maior número de pontos.

Uma variação do jogo é o professor formar grupos com 5 alunos, escolher um deles para ser o mediador, e entregar as 18 cartas para que esse mediador diga as dicas aos outros componentes do grupo, para que eles acertem o conceito físico título da carta.

As fichas podem ser elaboradas pelo professor ou pelos alunos. O professor pode elaborar suas próprias fichas ou utilizar as fichas desta SD, conforme o Quadro 3.

Quadro 3 – Ficha com dicas sobre Potência e trabalho para o jogo de adivinhação

CAVALO-VAPOR	POTÊNCIA	TRABALHO
1. Tenho em meu nome um animal. 2. Os motores me conhecem bem. 3. Fui definida por James Watt. 4. Não sou oficial do SI 5. Minha abreviação é Cavalo-vapor (CV)	1. Quanto maior eu sou maior é o consumo de energia. 2. Sou a relação entre trabalho e o tempo para realizá-lo. 3. Tenho também como unidade prática de medida o cavalo-vapor (CV) 4. Quanto menor o tempo maior é o meu valor para mesmo valor de trabalho. 5. No SI minha unidade é Watt	1. Não existo sem movimento. 2. Sou uma grandeza escalar. 3. Quanto maior o deslocamento maior é meu valor para mesma força. 4. Não tenho tempo na minha equação. 5. Sou o produto da força pelo deslocamento

GELADEIRA	CACHOEIRA	CICLISTA
1. Sou um eletrodoméstico 2. Tenho Potência em Watts 3. Consumo pouco quilowatts-hora de energia, se tenho selo A de qualidade. 4. Te dou um gelo de vez em quando. 5. Geralmente estou na cozinha.	1. Tenho Potência Mecânica 2. Minhas quedas servem para gerar energia para sua casa. 3. Sou fria 4. Muitos me admiram 5. Os geradores transformam minha energia cinética em energia elétrica.	1. Tenho que ter a maior Potência para vencer. 2. Uso trajes esportivos e acessórios de proteção. 3. Nos campeonatos uso um veículo. 4. Preciso de uma boa alimentação. 5. O meu veículo tem duas rodas.
JAMES WATT	POTÊNCIA TÉRMICA	POTÊNCIA INSTANTÂNEA
1. Vivi no século XIX. 2. Sou um engenheiro escocês. 3. Aprimorei as máquinas térmicas 4. Na revolução industrial conceituei cavalo-vapor 5. No SI a unidade de Potência tem meu sobrenome.	1. Sou um tipo de Potência 2. Tenho relação com calor e tempo. 3. Meço a rapidez com que o calor é trocado 4. No SI minha unidade é Watt, mais é comum usar calorias por segundo cal/s. 5. Estou presente nos aquecedores.	1. Sou rápida 2. O tempo tem que tender a zero para você me encontrar. 3. Meço a rapidez do trabalho num certo instante t. 4. Minha unidade de medida no SI é Joule por segundo. 5. Sou igual a potência média, quando ela é constante.
FÓRMULA 1	WATT	BOMBA D'ÁGUA
1. Tenho rendimento baixo 2. Desenvolvo grandes velocidades de potência da ordem 500 cavalo-vapor. 3. Tenho título em disputa 4. Trata-se da principal categoria automobilística 5. Na minha categoria um brasileiro foi tricampeão.	1. Estou presente nos eletrodomésticos. 2. Sou a razão entre unidade de trabalho em Joules e tempo em segundos. 3. Sou a unidade oficial de Potência no SI. 4. Sou uma homenagem ao engenheiro escocês James Watt. 5. Sou equivalente a 736 Cavalo-vapor.	1. Me usam com frequência em chácaras. 2. Tenho um Potência da ordem de 300W. 3. Meu tamanho físico é pequeno 4. Sou usada para bombear água de cisternas, piscina e até de rios. 5. As vezes fico submersa na água.

PLACA OU PAINEL SOLAR	FURADEIRA	MOTOR
1. O calor me aquece 2. Tenho diferentes tipos de tamanho e Potência: 250W, 280W, 300W... 3. Muitos me usam para ter energia elétrica com sustentabilidade. 4. Geralmente, fico exposta ao sol nos telhados. 5. A luz do sol é essencial para eu gerar energia.	1. Sou barulhenta 2. Os marceneiros me conhecem bem 3. sou usada em diferentes estruturas: madeira, concreto, mármore entre outras. 4. Se tenho potência de 650W significa que esta é a quantidade de energia que transformo em 1s. 5. Faço furos (buracos)	1. Tenho potência nos carros populares de 80 CV(cavalo-vapor) 2. Em veículos mais potentes minha potência chega a 420 CV. 3. As vezes faço muito barulho. 4.Sou usado para gerar energia. 5. Estou em muitos aparelhos
LÂMPADA ELÉTRICA	ENERGIA ELÉTRICA	SER HUMANO
1. Estou na maioria das casas. 2. sou vendida em supermercados. 3. Tenho diferentes tipos de potência. 6W,20W, 40W e outras. 4. Sou usada para acabar com a escuridão. 5. Meu inventor foi Thomas Edison.	1. Sou utilizada em cidades 2. As vezes desapareço e volto 3.Sou discutida na minha forma de produção. 4. Estou em tudo que é tecnológico. 5. Sou a fonte que faz os aparelhos elétricos ligar.	1. Posso desenvolver uma potência de 105W 2. A energia que transformo vem dos alimentos. 3. Sou orgânico 4. Sou um ser pensante 5. Existem muitos iguais a mim.

Fonte: Autora, 2018

Com intuito de dinamizar a aplicação das sequências didáticas no Apêndice é disponibilizado ao professor a ficha de acompanhamento dos temas abordados, que poderão ser entregues aos alunos como roteiro das aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao encerrar este trabalho, espera-se ter contribuído para uma aprendizagem significativa dos alunos sobre os tópicos de Cinemática e Potência entrelaçados com a ideia de limite e derivada, levando-os a aprender estes conteúdos de forma interativa e contextualizada no Ensino Médio para que possam utilizar o conhecimento adquirido no seu contexto social e em estudos futuros.

As Sequências Didáticas foram confeccionadas e fundamentadas a partir de pesquisas direcionadas na busca de metodologias alternativas para ensinar os conteúdos de parte da Mecânica na 1ª série do Ensino Médio. Entre elas, se mostraram expressivas a Música, a Modelagem Matemática e os Jogos Educacionais.

Priorizou-se, ainda, nas Sequências Didáticas do presente trabalho, desenvolver os conteúdos de Física com a aplicação do Cálculo Diferencial no Ensino Médio, em uma linguagem simples e de modo a facilitar a sua inserção neste nível de ensino, inserindo a Física conceitual e suas redes estruturantes com o Cálculo Diferencial. Neste intuito, as transposições didáticas possibilitam aos alunos buscar uma aprendizagem significativa dos conteúdos de Física e despertar neles o espírito investigativo e o raciocínio lógico matemático.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Rômulo Rosa de. MARINHO, Zilta Diaz Penna. Disponível em: <https://sites.google.com/site/portfoliosgtjoberth/18-de-marco-de-2015>. Acesso em 31 de agosto de 2018.

ÁVILA, G. O ensino do Cálculo no Segundo Grau. Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, n.18, p.1-9, 1991

ÁVILA, Geraldo. **O ensino de Cálculo no 2º grau**. In: Revista do Professor de Matemática, nº 61. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2003

BASSANEZY, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. 4ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

BONJORNO, José Roberto et al. **Física: Mecânica**, 1º ano. 3. ed. São Paulo:FTD, 2016. (Coleção Física)

COLL, César Salvador et al. **Psicologia do ensino**. Tradução (Cristina Maria de Oliveira). Porto Alegre: Artmed:2000, 408p. Tradução de

DIAS, Joyce. YONAH, Samatha. **Ativismo de sofá na aldeia global**. Disponível em <https://vicolodasarestas.wordpress.com/2013/05/31/ativismodesofa/>. Acesso 31 de agosto de 2018. Publicação em 2013.

DOCA, R. H.; BISCOLOLA, G. J.; BÔAS, N. V. **Tópicos de Física, 1: mecânica**. 20.ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; KRANE, K.S. **Física 1**. 5ª edição. v. 1, Rio de Janeiro: LTC, 2003, 390p.

HELENE, OTAVIANO. Ciência Olímpicas. Disponível em: <http://cienciasolimpicas.blogspot.com/2011/01/os-100-m-rasos.html>. Acesso em: 18/09/2018.

LETRAS. Disponível no link < <https://www.lettras.mus.br/roberto-carlos/225455/>>. Acesso em 31 de mar 2018.

MACHADO, Nilson José. **Lugar de cálculo é no ensino médio**. Disponível no site <<https://imaginariopuro.wordpress.com/tag/nilson-jose-machado/>>. Acesso em 19 jun. de 2017.

MOREIRA, A. C; SANTOS, H.; COELHO, I.S. **A Música na sala de aula**: música como recurso didático. Disponível em <<http://periodicos.unisanta.br/index.php/hum/article/download/273/274>>. Acesso em 20 de mar. De 2018.

MOREIRA, M.A. e MASSINI, E.A.F. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Editora Moraes, 2001.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo**: dificuldades de natureza Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003. epistemológica. 2003.468 f. Tese (doutorado em Educação). Faculdade de Educação.

APÊNDICE

A. Ficha de acompanhamento das aulas

	PROFESSORA		MARINA GOMES DA SILVA	
	DATA:		____/____/____	
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO DE SD MÚSICA			
	VELOCIDADE INSTANTÂNEA – 4 AULAS			
TEMA: NOÇÕES DE LIMITES E DERIVADAS COM MV, MUV E MU				
MODALIDADE DE ENSINO	TURMA	BIMESTRE	TURNO	DISCIPLINA
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

Ouç a música e veja as imagens do vídeo com atenção.

As coisas estão passando mais depressa
O ponteiro marca **120**
O tempo diminui
As árvores passam como vultos
A vida passa
O tempo passa
Estou a **130** as imagens se confundem
Estou fugindo de mim mesmo
Fugindo do Passado
Do meu mundo assombrado de tristeza de incerteza
Estou a 140
Fugindo de você

Eu vou
Voando pela vida
Sem querer chegar
Nada vai mudar meu rumo
Nem me fazer voltar
Vivo fugindo
Sem destino algum
Sigo caminhos que me levam
A lugar nenhum

O ponteiro marca **150**
Tudo passa ainda mais depressa
O amor, a felicidade
O vento afasta uma lágrima
Que começa a rolar no meu rosto
Estou a **160**
Vou acender os faróis
Já é noite
Agora são as luzes que passam por mim
Sinto um vazio imenso
Estou só na escuridão
A 180
Estou fugindo de você...

Eu vou
Sem saber pra onde
Nem quando vou parar
Não, não deixo marcas no caminho
Pra não saber voltar
Às vezes, sinto que o mundo
Se esqueceu de mim
Não, não sei por quanto tempo ainda
Eu vou viver assim...

O ponteiro agora marca **190**
Por um momento tive a sensação
De Ter você ao meu lado
O banco está vazio
Estou só
A 200 por hora
Vou para de pensar em você
Pra prestar atenção na estrada

Vou sem saber pra onde
Nem quando vou parar
Não, não deixo marcas no caminho
pra não saber voltar
Às vezes
Às vezes sinto que o mundo
Se esqueceu de mim
Não, não sei por quanto tempo ainda
Eu vou viver assim

Eu vou voando pela vida
Sem querer chegar
Nada, nada vai mudar meu rumo
Nem me fazer voltar

Leia o fragmento da música e responda:

“As coisas estão passando mais **depressa** o ponteiro marca 120 o tempo **diminui**”

1. As palavras em negrito neste fragmento de texto representam quais grandezas físicas?
2. Essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.
3. O conceito de velocidade escalar instantânea presente na música é um conceito da Cinemática, uma parte da Física. Diga em quais trechos da música é possível perceber o uso desse conceito. Justifique sua resposta.

4. Qual referencial está sendo considerado no seguinte trecho da música: “as árvores passam como vultos”? Alguém que esteja sentado à beira da estrada, próximo às árvores, teria a mesma impressão? Justifique.
5. Como ocorre na música, suponha que um carro está variando a sua velocidade. Use o cronômetro do seu celular para registrar o tempo expresso em cada uma das velocidades abaixo:

Velocidade (km/h)	120	130	140	150	160	180	190	200
Tempo (s)								

Praticando 1: Usando a noção de limite, pode-se calcular a velocidade instantânea. Acompanhe o processo de resolução no quadro.

6. Considere um móvel com função horária $s(t) = t^3$, $t > 0$. Encontre a velocidade em km/h desse móvel no instante $t=2h$.

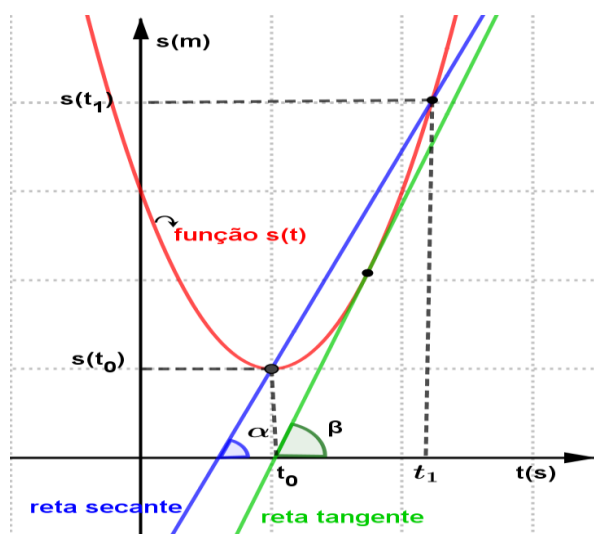
t	t_0	Variação do Tempo Δt (h)	Velocidade (km/h) $v_m = \frac{(t_0 + \Delta t)^3 - (t_0)^3}{\Delta t}$
4	2	2	28
3	2		
2,1	2		
2,01	2		
2,001	2		
...	2	...	...
$(2+\Delta t)$	2	$(2 + \Delta t) - (2)$	

a) Encontre a equação da velocidade média utilizando a última linha da tabela.

b) Determine a velocidade escalar instantânea. $v_{inst} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$

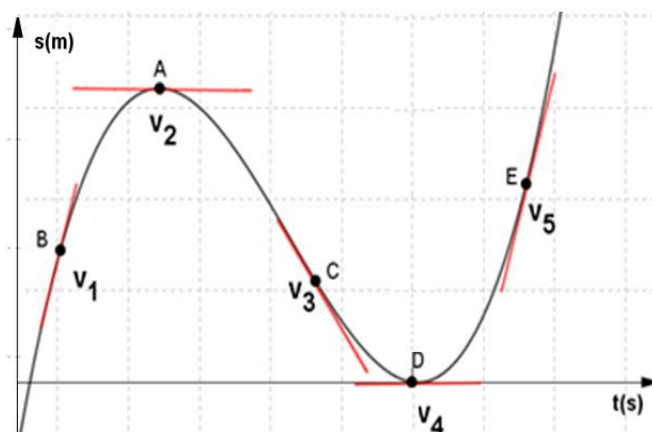
	PROFESSORA		MARINA GOMES DA SILVA	
	DATA:		____/____/____	
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO DE SD MÚSICA VELOCIDADE INSTANTÂNEA – 3 AULAS			
	TEMA: DERIVADAS MUV E MU			
MODALIDADE DE ENSINO	TURMA	BIMESTRE	TURNOS	DISCIPLINA
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

1. Observe o gráfico da função horária $s(t) = 2t^2 + 4t + 3$ de uma partícula e responda:



- Qual a diferença entre a reta secante e a reta tangente à curva $s(t)$?
- Como podemos interpretar os coeficientes da reta secante e da reta tangente à luz da cinemática?

2. O gráfico mostra as posições descritas por uma partícula a cada instante no MV.



- Baseado no gráfico coloque em ordem crescente o módulo, não nulo, da velocidade da partícula. Em qual ponto a velocidade é negativa? Justifique.
- Em quais pontos a velocidade se anula? O que isso significa?

3. A operação de derivação fica mais simples encontrar a velocidade instantânea. Acompanhe a explicação e aprenda a notação e algumas técnicas desta operação. Em seguida escreva um resumo para cada uma.

Notação	
Derivada da constante	
Derivada da Potência	
Derivada do produto da constante pela variável com expoente 1.	

4. Considere que uma pessoa se desloca em MU, conforme a função horária dos espaços $s(t) = 20 + 2t$ no SI, calcule a velocidade desta pessoa e esboce os gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$, com o tempo variando entre 0 e 5s.

a) Cálculo da velocidade.

b) Esboce os gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$

$s \times t$

t	$s(t) = 20 + 2t$
0	
1	
2	
3	
4	
5	

$v \times t$

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

$a \times t$

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	



5. Sabendo que no Sistema Internacional (SI) a função da posição no movimento retilíneo uniformemente variado é $s(t) = 10 + 2t + 2t^2$, determine:

a) A função horária da velocidade.

b) O valor da aceleração.

c) Esboce os gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$ com o tempo variando entre 0 e 5s.

$s \times t$

t	$s(t) = 10 + 2t + 2t^2$
0	
1	
2	
3	
4	
5	

$v \times t$

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

$a \times t$

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

Gráfico: _____

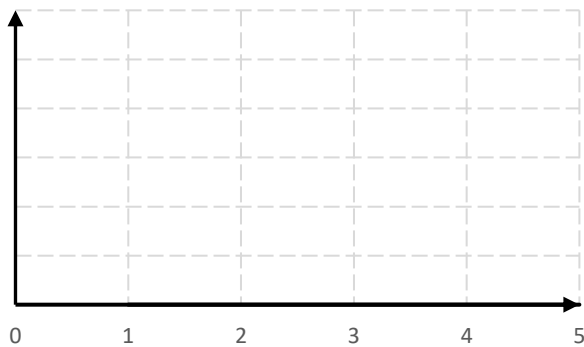


Gráfico: _____

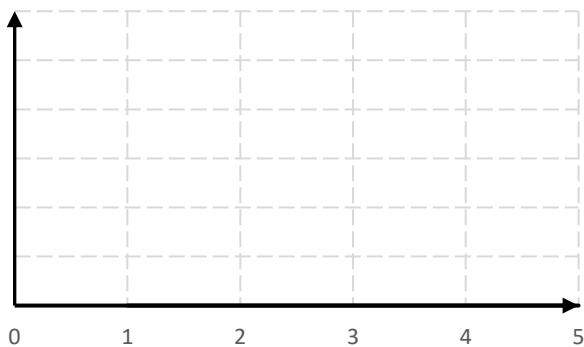
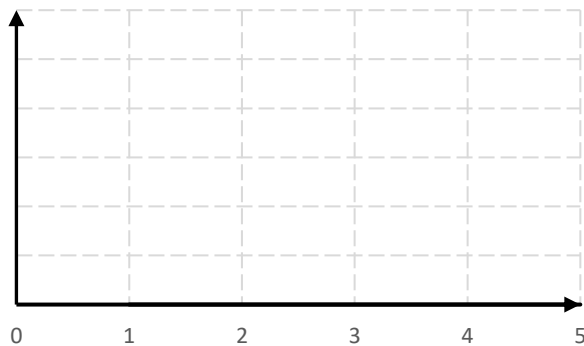


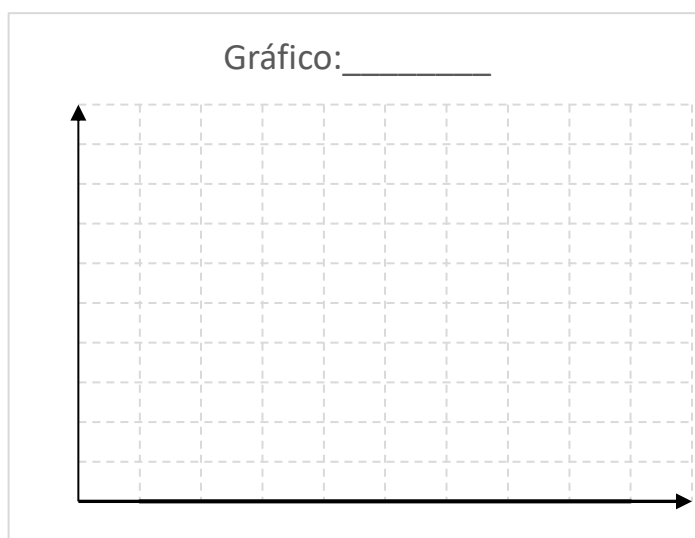
Gráfico: _____



	PROFESSORA		MARINA GOMES DA SILVA	
	DATA:		____/____/____	
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO MODELAGEM MATEMÁTICA –MU E MUV - 2 AULAS			
	TEMA: DERIVADA – QUEDA LIVRE			
MODALIDADE DE ENSINO	TURMA	BIMESTRE	TURNOS	DISCIPLINA
MÉDIO				
ALUNO(A):				

1. Observe o experimento e anote na tabela as informações coletadas a partir dele. Em seguida construa o gráfico.

t	s(t)



Interpretação dos dados:

- Qual é a altura inicial do objeto? _____
- Qual é a velocidade inicial do objeto? _____
- Qual é o valor aproximado da aceleração da gravidade na Terra? _____
- Que tipo de função modela este gráfico? Que modelo é esse? _____ e _____
- Utilizando os coeficientes da Física: tempo (t_0 e t), velocidade (v_0), aceleração da gravidade (g), construa o modelo que expressa a posição (s) em função do tempo (t): _____
- Usando os dados obtidos na tabela, identifique o modelo físico que representa o experimento. _____

Baseado no experimento e na análise dos dados responda:

- Qual é a função horária da posição $s(t)$ da bola?
- Qual é a função horária da velocidade da bola? Calcule a velocidade da bola nos instantes _____ e _____.
- Identifique no gráfico $s \times t$ o valor máximo da função e o ponto correspondente a este valor.

	PROFESSORA		MARINA GOMES DA SILVA	
	DATA:		____/____/____	
	FICHA DE ACOMPANHAMENTO DE SD JOGOS EDUCACIONAIS – POTÊNCIA – 2 AULAS			
	TEMA: NOÇÕES DE LIMITE E DERIVADA			
MODALIDADE DE ENSINO	TURMA	BIMESTRE	TURNOS	DISCIPLINA
MÉDIO	1º A	3º	MATUTINO	MATEMÁTICA
ALUNO(A):				

- Participe ativamente na plataforma kahoot game web quiz do jogo sobre Potência. Acesse o site: <https://kahoot.it>. Digite o código que lhe será repassado. Atenção! Insira o código o mais rápido possível para não atrasar o jogo.

- O que torna o carro 3 mais potente?



- Quais grandezas estão envolvidas no conceito de Potência? Elas são diretas ou inversamente proporcionais?
- Qual é a equação da Potência Média? Qual a sua unidade de medida?
- Qual é a equação da Potência Instantânea?
- Um atleta percorre em 10s um circuito de 30m com velocidade de 38 km/h (aproximadamente 11m/s). É aplicado sobre ele uma força horizontal com intensidade igual a 12N. Calcule:
 - A Potência Média.
 - E a sua potência instantânea.

APÊNDICE B – Avaliação do movimento uniforme

	PROFESSORA		MARINA GOMES DA SILVA	
	DATA:		____/____/____	
	VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM – MU			
MODALIDADE DE ENSINO	TURMA	BIMESTRE	TURNO	DISCIPLINA
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

1. Considere uma pessoa se deslocando em MU, conforme a função horária do espaço $s(t)=10+2t$ no SI. Calcule a velocidade desta pessoa e esboce os gráficos sxt , vxt e axt , com o tempo variando entre 0 e 5s.

Solução:

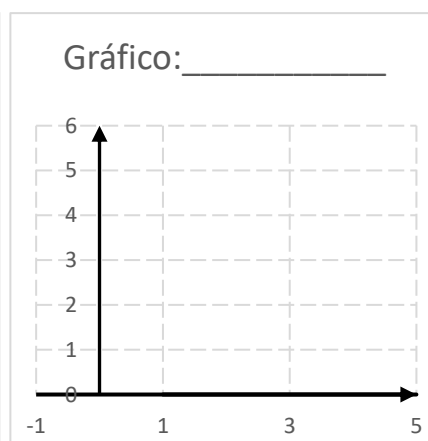
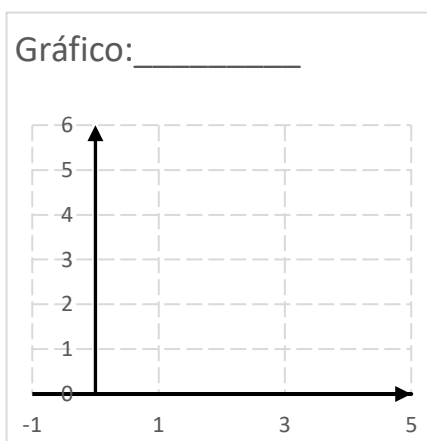
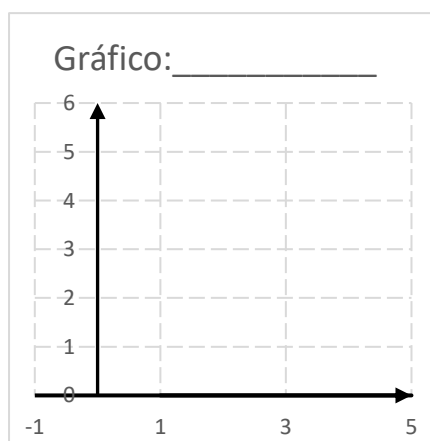
a) Cálculo da velocidade.

b) Esboço dos gráficos

t	$s(t)=10+2t$
0	
1	
2	
3	
4	
5	

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	

t	
0	
1	
2	
3	
4	
5	


APÊNDICE C – Avaliação do movimento uniformemente variado

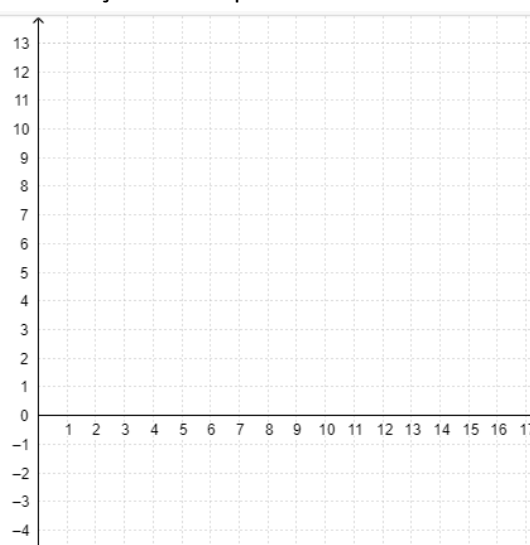
Exercício 1: Uma partícula em movimento uniformemente variado obedece a seguinte função horária

	PROFESSORA		MARINA GOMES DA SILVA	
	DATA:		____/____/____	
	VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM – MUV			
MODALIDADE DE ENSINO	TURMA	BIMESTRE	TURNO	DISCIPLINA
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

do espaço $s(t) = 12 - 8t + t^2$, com s em metros e t em segundos.

a) Represente graficamente o espaço em função do tempo no intervalo de 0s a 8s.

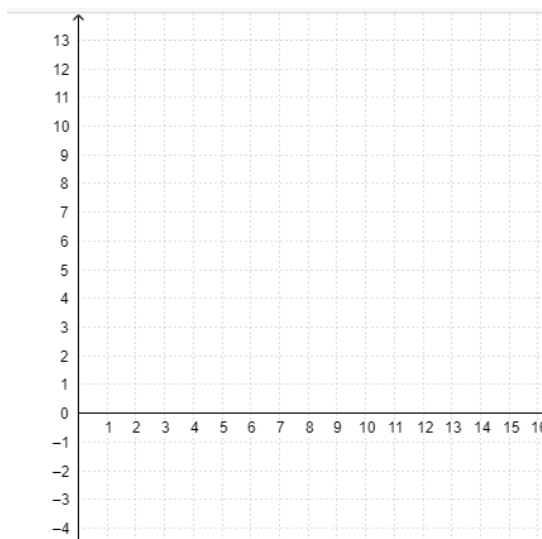
t(s)	s(m)	(t, s)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



b) Determine a função horária da velocidade e construa o gráfico $v \times t$ de 0s a 8s.

t(s)	s(m)	(t, s)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

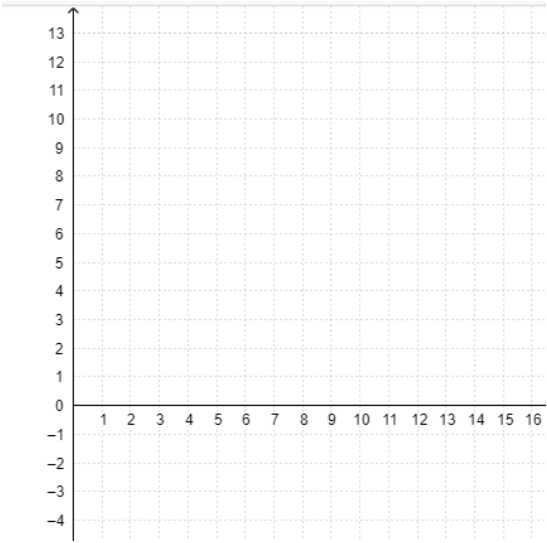
a)



b) $v \times t$ no

intervalo de 0s a 8s.

t(s)	s(m)	(t, s)
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



APÊNDICE D – Avaliação de Potência

	PROFESSORA		MARINA GOMES DA SILVA	
	DATA:		____/____/____	
	VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM – POTÊNCIA			
MODALIDADE DE ENSINO	TURMA	BIMESTRE	TURNO	DISCIPLINA
MÉDIO	1º	3º	MATUTINO	FÍSICA
ALUNO(A):				

1. Em grupo de 4 pessoas você participará de um jogo de adivinhação. Anote os resultados obtidos pelos seu grupo neste jogo. (C1 – Primeira carta).

Nome	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10

Nome	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20

Agora preencha o pódio d acerto com o nome de cada componente e a quantidade de questões que adivinhou.



2. Faça um breve resumo sobre o que você aprendeu sobre Potência.

ANEXO A – Parecer de aprovação da pesquisa pelo comitê de ética

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE
FEDERAL DO TOCANTINS



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: APRENDENDO FÍSICA BÁSICA BRINCANDO DE MATEMÁTICA

Pesquisador: MARINA GOMES DA SILVA

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 84615317.2.0000.5519

Instituição Proponente: Fundação Universidade Federal do Tocantins

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.702.607

Apresentação do Projeto:

Esta pesquisa propõe através de um estudo de caso investigar como o cálculo diferencial aplicado ao ensino de física no Ensino Médio pode contribuir para subsidiar o professor no desenvolvimento dos conteúdos da mecânica e desenvolver no aluno a percepção da variação de uma grandeza em decorrência de outra grandeza. A partir da construção de transposições didáticas elaboradas utilizando-se como recursos metodológicos os jogos, a música e a modelagem matemática, e que torne o ensino e a aprendizagem desses protagonistas significativa na compreensão dos conceitos da física. Dessa forma, para fundamentar essa pesquisa, faremos uso das ideias de David Ausubel, Nilson José Machado, Rezende e Reis e diversos outros autores que abordam o tema.

Objetivo da Pesquisa:

4. Objetivo Primário

Contribuir para a prática pedagógica do professor e, como consequência, desenvolver nos alunos um aprendizado significativo sobre alguns conteúdos de Física básica que envolvam o cálculo diferencial e, com isto, despertar neles o espírito investigativo levando-os a entender os conceitos Físicos escondidos atrás da Matemática envolvida.

5. Objetivo Secundário

- Produzir um material de apoio para os professores;

Endereço: Avenida NS 15, 109 Norte Prédio do Almoxarifado

Bairro: Plano Diretor Norte

CEP: 77.001-090

UF: TO

Município: PALMAS

Telefone: (63)3232-8023

E-mail: cep_uft@uft.edu.br

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS



Continuação do Parecer: 2.702.607

- Examinar o índice de motivação e conhecimento dos docentes nas aulas de Física, levando em consideração as abordagens didáticas utilizadas;
- Suscitar indiretamente nos alunos uma atitude reflexiva sobre os fenômenos observáveis ao seu cotidiano através das relações entre as equações matemáticas e os conceitos de Física principalmente nos conteúdos de Mecânica (velocidade e aceleração escalares instantâneas e as funções horárias dos movimentos) e Ondulatória (Movimento Harmônico Simples).

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Os riscos aos voluntários decorrentes de sua participação na pesquisa são:

- Sentir-se desconfortável diante das perguntas propostas no questionário;
- Constranger-se por não conseguir responder coerentemente às questões;
- Sentir-se inibido com a situação de inquérito;
- Nervosismo e ansiedade, devido ao tempo destinado para responder as perguntas.
- Ter reduzida sua autoestima em relação a sua formação e prática pedagógica.

Visando minimizar os riscos, o participante responderá ao questionário em um ambiente reservado da própria Instituição de Ensino, o instrumento de coleta de dados da pesquisa será analisado criteriosamente para evitar ambiguidades, caso queiram, os participantes poderão deixar questões sem respostas. Em qualquer momento, se sofrerem algum dano comprovadamente decorrente desta pesquisa terão direito a indenização.

Benefícios

Os principais benefícios aos participantes decorrentes da pesquisa serão:

- Ampliação do conhecimento para inovar em sua metodologia didática;
- Obtenção de material de apoio pedagógico desenvolvido durante o projeto;
- Segurança e conhecimento em utilizar os conceitos do Cálculo Diferencial com maior propriedade nas aulas de Física no Ensino Médio, possibilitando um avanço intelectual e prático aos discentes.
- Acesso aos resultados e a todo o material produzido durante a pesquisa

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Os apontamentos referentes ao projeto, apontados como pendências em parecer anterior foram atendidos.

Endereço: Avenida NS 15, 109 Norte Prédio do Almoxarifado

Bairro: Plano Diretor Norte

CEP: 77.001-090

UF: TO

Município: PALMAS

Telefone: (63)3232-8023

E-mail: cep_uft@uft.edu.br

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS



Continuação do Parecer: 2.702.607

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Foram todos apresentados e estão adequados

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Aprovado

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1014178.pdf	29/04/2018 16:39:19		Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	CEP_AUT_DREA.pdf	29/04/2018 16:35:37	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Cronograma	CEP_CRON_ATUAL.pdf	29/04/2018 16:31:49	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	ColetaDadosResposta.pdf	29/04/2018 16:26:03	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	CronogramaResposta.pdf	29/04/2018 16:20:28	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	CartaResposta.pdf	29/04/2018 16:16:05	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	PPesquisaResposta.docx	29/04/2018 16:02:37	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	CEP_PROJETO_PESQUISA_MOD.docx	28/04/2018 18:26:19	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	CEP_TCLE_MOD.docx	28/04/2018 18:25:39	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	CEP_AUTORIZACAO_APL.pdf	26/04/2018 10:29:01	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	AutAplicacaoResposta.pdf	26/04/2018 10:10:51	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	CEP_AUTOZICAO_UFT.pdf	30/11/2017 11:43:28	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	CEP_INST_COLETA_DADOS.pdf	30/11/2017 11:32:38	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Declaração de Pesquisadores	CEP_DCL_ORIENTADOR.pdf	30/11/2017 11:31:43	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Outros	CEP_FASE_INICIAL.pdf	30/11/2017 11:29:43	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito

Endereço: Avenida NS 15, 109 Norte Prédio do Almoarifado

Bairro: Plano Diretor Norte

CEP: 77.001-090

UF: TO

Município: PALMAS

Telefone: (63)3232-8023

E-mail: cep_uft@uft.edu.br

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE
FEDERAL DO TOCANTINS



Continuação do Parecer: 2.702.607

Outros	CEP_CARTA_APRESENT.pdf	30/11/2017 11:28:47	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Orçamento	CEP_ORCAMENTO.pdf	30/11/2017 11:26:15	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito
Folha de Rosto	Folha_Rosto_Marina.pdf	02/11/2017 10:38:03	MARINA GOMES DA SILVA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

PALMAS, 08 de Junho de 2018

Assinado por:
PEDRO YSMAEL CORNEJO MUJICA
(Coordenador)

Endereço: Avenida NS 15, 109 Norte Prédio do Almoarifado
Bairro: Plano Diretor Norte **CEP:** 77.001-090
UF: TO **Município:** PALMAS
Telefone: (63)3232-8023 **E-mail:** cep_uft@uft.edu.br